Wstęp

Celem niniejszego wykładu jest przedstawienie podstawowych metod badania podzbiorów przestrzeni $\mathbb{R}^n$, głównie $\mathbb{R}^3$, opisanych funkcjami różniczkowalnymi. Zakładamy znajomość głównych pojęć i twierdzeń analizy matematycznej w zakresie funkcji wielu zmiennych rzeczywistych (z pojęciem całki i twierdzeniem Stokesa) oraz gruntowną znajomość algebry liniowej. Będziemy korzystać niemal ze wszystkich twierdzeń wchodzących do programu wykładu Geometrii i Algebry Liniowej na I roku studiów na Wydziale Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego. Niekiedy będziemy się do nich odwoływać, pisząc po prostu GAL. Spośród podręczników analizy matematycznej zawierających wykorzystane tutaj fakty w zbliżonej formie wymienimy „Analizę matematyczną, funkcje wielu zmiennych" A. Birkholca. Do zrozumienia kilku twierdzeń i rozwiązania niektórych zadań przydadzą się wiadomości z równań różniczkowych zwyczajnych. Polecamy np. „Równania różniczkowe zwyczajne" W.I. Arnolda. Każdy rozdział kończy się zadaniami, w większości albo przerabianymi przez autorów na ćwiczeniach, albo pochodzącymi z kolokwiów i egzaminów.

Inicjatorem opublikowania tego wykładu był Prof. Andrzej Białynicki-Birula. Jemu też zawdzięczamy zarys programu, sposób ujęcia i część zadań. Za to wszystko i za zachętę do utrwalenia w druku składamy najserdeczniejsze podziękowanie. Prof. Piotr Hajłasz był uprzejmy przeczytać całość, poczynił wiele cennych uwag, które przyczyniły się do ulepszenia tekstu, zaproponował wiele ciekawych zadań. Wyrażamy Mu za to wielkie dzięki. Bardzo dziękujemy również Redaktorowi Adamowi Smólskiemu za nadzwyczaj wnikliwą korektę tekstu, zaproponowanie znaczących ulepszeń i zredagowanie notek biograficznych. Jesteśmy wdzięczni również Prof. Markowi Kordosowi za poprawki o charakterze historycznym. Panu Marcinowi Adamskiemu bardzo dziękujemy za pomoc w wykonaniu rysunków. Dziękujemy również Pani Redaktor Małgorzacie Yamazaki za korektę drugiego wydania.

Materiał tej publikacji, tworzony przez wiele pokoleń matematyków kilku ostatnich wieków, pochodzi z rozmaitych źródeł, głównie podręczników geometrii różniczkowej. Nie pretendujemy do oryginalności, trudno by nam było jednak podawać odsyłacze do źródeł. Czytelnikowi zainteresowanemu pogłębieniem swoich wiadomości polecamy przede wszystkim następujące podręczniki:

[G] A. Goetz, *Geometria różniczkowa*, PWN, Warszawa 1965, Biblioteka Matematyczna, t. 26.

[K] W. Klingenberg, *A Course in Differential Geometry*, Springer-Verlag, New York 1978, Graduate Texts in Mathematics, vol. 51.

[O] J. Oprea, *Geometria różniczkowa i jej zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.

[BL] T. F. Banchoff, S. T. Lovett, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Taylor and Francis 2010 lub 2015.

Książki [K] i [O] zawierają w swoich spisach literatury inne ciekawe pozycje. W toku wykładu skierujemy jeszcze Czytelnika do:

[N] J. Nitsche, *Lectures on Minimal Surfaces*, Vol. I, Cambridge Univ. Press 1989.

[GP] V. Guillemin, A. Pollack, *Differential Topology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs 1974.

[M] J.W. Milnor, *Topologia z różniczkowego punktu widzenia*, PWN, Warszawa 1969.

[S] M. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Publish or Perish, Berkeley/Boston 1970–1975.

[Sp] M. Spivak, *Analiza na rozmaitościach*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.

W drugim wydaniu poprawiliśmy drobne błędy, dodaliśmy kilka zadań, uzupełniliśmy rozdział 6 o podrozdział dotyczący całek z funkcji wektorowych oraz dopisaliśmy rozdział 7 poświęcony topologii różniczkowej.

Będziemy wdzięczni za informacje o dostrzeżonych błędach i wszelkie inne uwagi. Prosimy je przesyłać na adres konarski@mimuw.edu.pl.