DO NOWEJ PODSTAWY PROGRAMOWEJ

Klasa 3

PORADNIK METODYCZNY dla nauczycieli matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych

Matematyka Europejczyka

Zakres podstawowy i **rozszerzony**

Katarzyna Nowoświat, Artur Nowoświat

Helion EDUKACJA

Redaktor prowadzący: Joanna Zaręba
Projekt okładki: ULABUKA

Wydawnictwo HELION
ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE
tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63
e-mail: *helion@helion.pl*
WWW: *http://helion.pl* (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!
Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres
http://helion.pl/user/opinie?mepms3
Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-246-2413-3

Printed in Poland.

Spis treści

Rozdział 7.
NAUCZANIE PROBLEMOWE

W tym rozdziale zaproponowano takie sposoby przedstawiania problemów, aby uczeń sam doszedł do ich rozwiązania. Zostanie też zaprezentowane, jak stawiając odpowiednie zadanie, sprawić, żeby uczeń sformułował twierdzenie bądź jego dowód.

Nauczanie problemowe to:

1. Stworzenie sytuacji problemowej i jej analiza.
2. Sformułowanie problemu, który powinien być rozwiązany.
3. Formułowanie hipotez będących próbami wyjaśnienia podstawowego problemu.
4. Weryfikacja problemów w celu wyeliminowania mniej istotnych, choć możliwych sytuacji.
5. Sformułowanie wniosków i uogólnień.

7.1. Sytuacje problemowe

Poniżej przedstawiamy przykładowe tematy lekcji wraz z omówieniem ich realizacji za pomocą nauczania problemowego.

Temat lekcji: Częstość a prawdopodobieństwo.

Niezbędne przybory:

- kreda, tablica,
- moneta (każdy ma np. monetę o nominale 1 zł).

Przykład przeprowadzenia zasadniczej części lekcji

Każdy z uczniów rzuca jeden raz monetą. Liczby wyrzuconych orłów i reszek nauczyciel zapisuje na tablicy i oblicza częstości ich otrzymania.

Następnie uczniowie rzucają kolejny raz swoimi monetami, a nauczyciel dodaje nowe liczby uzyskanych orłów i reszek do poprzednich wyników, po czym ponownie oblicza odpowiednie częstości.

Doświadczenie jest powtarzane kilkakrotnie (np. dziesięciokrotnie).

Nauczyciel rozpoczyna dyskusję:

Co możemy powiedzieć o częstościach względnych tak obliczonych liczb orłów i reszek? Jaka jest tendencja obserwowanych zmian?

Następnie na podstawie tego przykładu uczniowie pod nadzorem nauczyciela zauważają, że im więcej wykonają rzutów, tym częstości wyrzucenia orła i reszki są bliższe wartości 0,5.

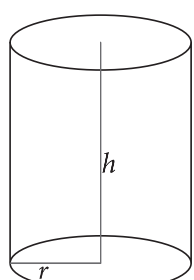
Nauczyciel wprowadza pojęcie klasycznej definicji prawdopodobieństwa, mówiąc, że jest to teoretyczny odpowiednik częstości względnej.

Temat lekcji: Zastosowanie rachunku różniczkowego w optymalizacji.

Przykład przeprowadzenia zasadniczej części lekcji

Puszka do napojów ma kształt walca, którego podstawa w kształcie koła ma promień r. Pole powierzchni puszki (bez wieczka) jest równe $300\pi\ cm^2$. Ile centymetrów powinien mieć promień r, aby pojemność puszki była maksymalna?

Nauczyciel w pierwszej kolejności wykonuje na tablicy rysunek:



Następnie wnioskuje:

Wiadomo, że $\pi r^2 + 2\pi rh = 300\pi$, więc $h = \dfrac{300 - r^2}{2r}$.

Stwierdza, że szukana jest maksymalna wartość wyrażenia:

$V = \pi r^2 h \to \max$

dla takich r, że $h > 0$, tj. z przedziału $\left(0, 10\sqrt{3}\right)$.

Należy zatem znaleźć maksimum funkcji:

$$V(r) = \pi r^2 \frac{300 - r^2}{2r} = \frac{1}{2}\pi r\left(300 - r^2\right).$$

Zapytani o metodę rozwiązania problemu uczniowie proponują obliczenie pochodnej funkcji $V(r)$:

$$V'(r) = \frac{3}{2}\left(100\pi - \pi r^2\right).$$

W kolejnym kroku przyrównują otrzymaną pochodną do zera:

$\frac{3}{2}\left(100\pi - \pi r^2\right) = 0$, stąd $r = 10$ lub $r = -10$, przy czym drugi z wyników należy odrzucić jako niezgodny z sensem geometrycznym symbolu r.

Teraz uczniowie pod nadzorem nauczyciela zauważają, że przy przejściu przez punkt $r = 10$ pochodna zmienia znak z dodatniego na ujemny. Zgodnie z warunkiem dostatecznym oznacza to istnienie maksimum lokalnego w punkcie $r = 10$.

Formułowana jest odpowiedź końcowa: promień podstawy puszki powinien wynosić 10 cm.

Temat lekcji: Przekroje sześcianu płaszczyznami.

Niezbędne przybory

Uczniowie mają przygotowane siatki sześcianów, ołówki i linijki. Nauczyciel ma przygotowany duży szkielet sześcianu, na którym można pokazywać odpowiednie przekroje. Ponadto dysponuje rysunkami odpowiednich przekrojów, które może demonstrować. Dobrze byłoby, gdyby można było przygotować ruchomą wizualizację (np. w programie Cabri na tablicy multimedialnej).

Przebieg lekcji

1. Przekroje sześcianu zawierające przekątną ustalonej ściany sześcianu.

Uczniowie badają, jaką figurą może być w tym przypadku przekrój.

Ustalają, jaka jest zależność kształtu przekroju od kąta nachylenia płaszczyzny przekroju do płaszczyzny ustalonej ściany sześcianu.

Znajdują przekrój o największym polu.

Zaznaczają na siatce sześcianu odcinki wspólne powierzchni sześcianu i płaszczyzny przekroju.

Konfrontują otrzymane wyniki z przykładem 3. z podręcznika (rozdział 3.6).

2. Przekroje płaszczyzną prostopadłą do przekątnej sześcianu.
Uczniowie zauważają, że przekrojem może być trójkąt lub sześciokąt.

Nanoszą wierzchołki otrzymanego w przekroju trójkąta na siatkę sześcianu. Pada pytanie, jak przemieszczają się te punkty wzdłuż krawędzi sześcianu, gdy zmienia się położenie płaszczyzny tnącej.

Uczniowie znajdują największe pole przekroju trójkątnego.

3. Uczniowie badają, jakim wielokątem może być przekrój sześcianu płaszczyzną, i demonstrują odpowiednie przekroje na szkielecie sześcianu.

7.2. Sposoby wprowadzania twierdzeń

Twierdzenia w matematyce szkolnej można wprowadzać w sposób problemowy.

Temat lekcji: Prawdopodobieństwo całkowite.

Przykład przeprowadzenia zasadniczej części lekcji (podręcznik, s. 40, przykład 1.)
Nauczyciel podczas lekcji będzie wprowadzał twierdzenie mówiące o prawdopodobieństwie całkowitym.

Nauczyciel zapisuje przykład na tablicy, a następnie wprowadza stosowne oznaczenia.

Następnie zapisuje na tablicy:

$$A_2 = A_2 \cap \Omega = A_2 \cap \left(A_1 \cup B_1\right) = \left(A_2 \cap A_1\right) \cup \left(A_2 \cap B_1\right).$$

Nauczyciel nakierowuje odpowiednio uczniów, by doszli do wniosku, który płynie z faktu, że zdarzenia $A_2 \cap A_1$ i $A_2 \cap B_1$ się wykluczają.

Uczniowie pod nadzorem nauczyciela zauważają, że z powyższego faktu wynika: $P\left(A_2\right) = P\left(A_2 \cap A_1\right) + P\left(A_2 \cap B_1\right)$.

Nauczyciel naprowadza uczniów, podsuwając możliwość wykorzystania wzoru na prawdopodobieństwo łącznego zajścia dwóch zdarzeń:

$$P\left(A_2\right) = P\left(A_2 \cap A_1\right) + P\left(A_2 \cap B_1\right) = P\left(A_1\right) \cdot P\left(A_2 \middle| A_1\right) + P\left(B_1\right) \cdot P\left(A_2 \middle| B_1\right)$$

Uczniowie uogólniają powyższy przykład na n zdarzeń. Nauczyciel formułuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.

Temat lekcji: Monotoniczność funkcji.

Przykład przeprowadzenia zasadniczej części lekcji

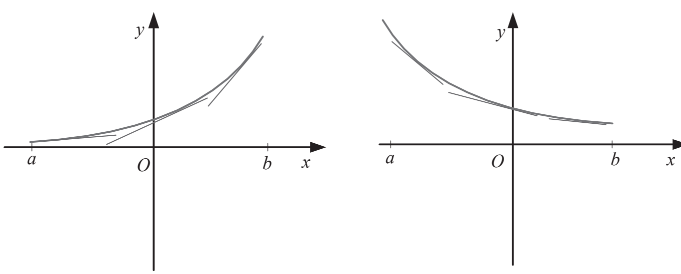
Nauczyciel przypomina z poprzednich lekcji definicję:

Styczną w punkcie $\left(x_0, f\left(x_0\right)\right)$ *do wykresu funkcji f różniczkowalnej w punkcie* x_0 *nazywamy prostą o równaniu*

$$y-f\left(x_0\right)=\lim_{x_1\to x_0}\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_0\right)}{x_1-x_0}\left(x-x_0\right) \text{ (o ile ta granica istnieje).}$$

Następnie nauczyciel sugeruje uczniom, aby wskazali współczynnik kierunkowy tej stycznej i przypomnieli, jaka jest interpretacja geometryczna tego współczynnika. Uczniowie zauważają, że współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu funkcji *f* jest pochodną funkcji *f* w punkcie styczności.

W kolejnym kroku nauczyciel rysuje wykresy funkcji rosnącej i malejącej na przedziale (a, b):



Następnie naprowadza uczniów, sugerując określenie znaku współczynników kierunkowych stycznych w obu powyższych przypadkach.

Uczniowie pod nadzorem nauczyciela formułują twierdzenie:

Jeśli funkcja różniczkowalna f określona na przedziale (a, b) *ma pochodną dodatnią (ujemną) w całym przedziale* (a, b)*, to jest w tym przedziale rosnąca (malejąca).*

Dobre wyniki z matematyki!

Z myślą o Państwa zawodowych potrzebach wydawnictwo Helion opracowało profesjonalne wsparcie w prowadzeniu zajęć — *Matematykę Europejczyka. Poradnik metodyczny dla nauczycieli matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych. Zakres podstawowy i rozszerzony. Klasa 3.* Ta pozycja została stworzona specjalnie dla pedagogów uczących matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych (zarówno w liceum, jak i technikum) w zakresie podstawowym i rozszerzonym. Jej zadaniem jest pomóc nauczycielom przygotować młodzież do egzaminu dojrzałości.

Poradnik metodyczny tworzy spójną całość z podręcznikiem *Matematyka Europejczyka* do klasy trzeciej oraz programem nauczania i zbiorem zadań z dołączoną do niego płytą multimedialną. Takie rozwiązanie zdecydowanie ułatwia opracowanie poszczególnych zajęć i całorocznego planu nauczania. Szczegółowe scenariusze lekcji są wyjątkowo pomocnym materiałem, który pozwoli uczniom uwierzyć, że do nauki matematyki wcale nie potrzeba specjalnych zdolności. Z zestawem *Matematyka Europejczyka* nauczyciele doprowadzą swoich uczniów do doskonale zdanej matury.

Matematyka Europejczyka *pomoże nauczycielom:*

- **opracować cele kształcenia oraz wybrać najwłaściwsze drogi ich osiągania;**
- **podzielić obowiązujący materiał tak, by stał się łatwiej przyswajalny dla uczniów;**
- **wybrać odpowiedni sposób rozplanowania lekcji spośród zaproponowanych konspektów;**
- **przygotować młodzież do egzaminu maturalnego;**
- **korzystać z różnych metod aktywizacji i oceny osiągniętych wyników.**

Komplet podręczników i zbiorów zadań z serii *Matematyka Europejczyka* wydawnictwa Helion pomaga uczniom zdobywać wiedzę, a nauczycielom ułatwia przekazywanie nowego materiału w interesujący i niebanalny sposób.

Matematyka Europejczyka — to się liczy!

Helion SA
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
http://helion.pl

ISBN 978-83-246-2413-3
9 788324 624133