

ELEKTRONIKA

OD ANALIZY SYMBOLICZNEJ DO OBLICZEŃ KWANTOWYCH

Jacek **Izydorczyk**, **Andrzej Malcher**,
Anna **Filipowska**, Weronika **Izydorczyk**,
Sławomir **Lasota**, Piotr **Zawadzki**

Wydawnictwo
Naukowe
Helion 

Publikacja dofinansowana ze środków JM Rektora Politechniki Śląskiej w ramach projektu 02/160/RGM23/0224.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz wydawca dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz wydawca nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Opiniodawcy:

prof. dr hab. inż. Robert Cierniak (Politechnika Częstochowska)

prof. dr hab. Piotr Porwik (Uniwersytet Śląski)

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite/Olsztyn

Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprucki

Skład komputerowy w systemie \LaTeX wykonał autor.

Materiały graficzne na okładce zostały wykorzystane za zgodą Shutterstock.

Helion S.A.

ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice

tel. 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <https://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<https://helion.pl/user/opinie/elect1>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-289-0460-6

Copyright © Helion S.A. 2024

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

Spis treści

Współautorzy	xi
Wprowadzenie	xiii
1. Analiza symboliczna obwodów elektrycznych dla umysłów cyfrowych	1
1.1. Standardy reprezentacji obwodu a sprawa polska	2
1.2. Czym jest analiza symboliczna?	6
1.3. Trochę oczywistych podstaw	10
1.4. Mało znane zagadnienia z algebry	20
1.5. Symboliczna analiza obwodów	35
1.6. Podsumowanie	52
1.7. Rozwiązania zadań	53
Bibliografia	55
2. Analiza wrażliwości	59
2.1. Potrzeba analizy wrażliwościowej	59
2.2. Pojęcia podstawowe	60
2.3. Eksperymentalna metoda wyznaczania współczynników wrażliwości	64
2.4. Wrażliwości funkcji układowej danej jako iloraz	66
2.5. Analiza najgorszego przypadku	69
2.6. Wrażliwości półwzględne	70
2.7. Dobór elementu regulowanego	73
2.8. Szacowanie wpływu temperatury	84
2.9. Podsumowanie	90
Bibliografia	90

3. Teoria szumów	91
3.1. Teoria Johnsona-Nyquista	92
3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona	95
3.3. Szum �rutowy	96
3.4. Czwórniki	99
3.5. Współczynnik szumów	102
3.6. Pomiar parametrów szumowych	109
3.7. Podsumowanie	126
Bibliografia	126
4. Filtry pasywne	129
4.1. Transmitancja filtru	131
4.2. Obwód prototypowy	140
4.3. Uwagi o implementacji	158
4.4. Podsumowanie	186
Bibliografia	186
5. Linie transmisyjne dla opornych	189
5.1. Fale w jednym wymiarze	190
5.2. Przewód koncentryczny	192
5.3. Zjawiska falowe w przewodzie	195
5.4. Parametry falowe vs parametry jednostkowe	203
5.5. T�mienie wywołane opornością omową	203
5.6. T�mienie wywołane zjawiskiem naskórkowym	208
5.7. Fale w falowodzie	217
Bibliografia	230
6. Anteny	233
6.1. Dipol idealny	234
6.2. Szyki antenowe i apertura kołowa	245
6.3. Dipol prosty	258
6.4. Zasilanie dipoli	276

6.5. Powierzchnia, kierunkowość i temperatura anteny	302
Bibliografia	308
7. Propagacja fal EM	311
7.1. Propagacja jonosferyczna	312
7.2. Propagacja ograniczona linią horyzontu	314
7.3. Zaniki w kanale radiowym	324
7.4. Dywersyfikacja kanału radiowego	336
7.5. Podsumowanie	343
Bibliografia	344
8. Chemorezystancyjne sensory gazów na bazie tlenków metali	347
8.1. Mechanizmy detekcji gazów na powierzchni tlenków metali	349
8.2. Stany powierzchniowe w półprzewodnikach	351
8.3. Adsorpcja gazów	355
8.4. Powierzchnia SnO ₂ (110)	366
Bibliografia	380
9. Biosensory warstwy detekcyjne i przetworniki	391
9.1. Biosensory – informacje ogólne	391
9.2. Klasyfikacja biosensorów na podstawie warstwy detekcyjnej	393
9.3. Klasyfikacja oparta na przetwornikach	397
Bibliografia	405
10. Biosensory na bazie tranzystorów FET	409
10.1. Zasada działania tranzystorów polowych FET	410
10.2. Modyfikacje bramek tranzystorów polowych FET	412
10.3. Materiały wykorzystywane do budowy kanałów tranzystorów polowych FET	416
10.4. Immunosensory oparte na tranzystorach polowych FET	420
10.5. Biosensory ISFET z receptorem DN	425
Bibliografia	427
11. Obliczenia kwantowe	431
11.1. Wiadomości wstępne	433

11.2. Procesy kwantowe	448
11.3. Grafy algorytmów	460
11.4. Podsumowanie	487
Bibliografia	488
Skorowidz	491

3. Teoria szumów

JACEK IZYDORCZYK

...Lecz i w tej sprawie – jak i wielu innych – powtarzanie nie jest ani zbyt częste,
ani niemądre...

LESZEK KOŁAKOWSKI

O karze głównej, 1999

3.1. Teoria Johnsona-Nyquista	92
3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona	95
3.3. Szum śrutowy	96
3.4. Czwórnik	99
3.5. Współczynnik szumów	102
3.6. Pomiar parametrów szumowych	109
3.6.1. Pomiar współczynnika szumów	109
3.6.2. Pełny pomiar szumów czwornika	112
3.6.3. Zastępcza temperatura szumów	117
3.6.4. Kaskadowe łączenie czworników	121
3.7. Podsumowanie	126
Bibliografia	126

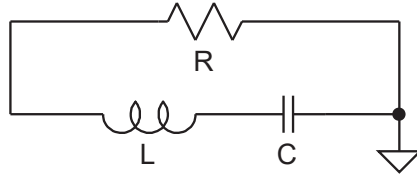
Główną przeszkodą w telekomunikacji jest wszechobecny szum. O ile można mieć nadzieję, że zakłócenia, będące skutkiem działalności technicznej człowieka, przynajmniej w niektórych sytuacjach można całkowicie wyeliminować, o tyle szумы jako zjawiska naturalne okazują się nieuchronne. Szумы są skutkiem chaotycznych ruchów (fluktuacji) atomów i elektronów, z których zbudowany jest otaczający nas świat. Aby ich uniknąć, można oczywiście schłodzić aparaturę telekomunikacyjną do temperatury bliskiej zera bezwzględne. Sytuacja taka zdarza się jednak dość rzadko, np. kiedy chodzi o komunikację z sondą międzyplanetarną, która działa w skrajnym chłodziu i ma do dyspozycji bardzo ograniczone zasoby energii. Wtedy odbiornik na Ziemi, a przynajmniej jego część, schładza się do temperatur kriogenicznych. Jest to jednak sytuacja dla telekomunikacji dość nietypowa. Przede wszystkim dlatego, że aparatura kriogeniczna jest droga, duża i nieporęczna oraz kosztowna w eksploatacji. Słowem, jest nie do zastosowania w żadnej aplikacji mobilnej. Ponadto proces schładzania wymaga zużycia energii, przy czym sprawność tego procesu jest ograniczona przez sprawność cyklu Carnota. Dlatego nawet w przypadku skrajnie wyidealizowanym energia potrzebna na przesłanie jednego bitu informacji z wykorzystaniem schłodzonej aparatury powiększona o energię niezbędną do chłodzenia jest taka sama jak energia niezbędna do przesłania jednego bitu w temperaturze pokojowej. Co więcej, w temperaturach kriogenicznych ujawniają się zjawiska kwantowe, o charakterze fluktuacji, które nie pozwalają mieć nadziei na pozbycie się szumów nawet w temperaturze zera bezwzględne.

3.1. Teoria Johnsona-Nyquista

Źródłem szumów są fluktuacje termiczne nośników ładunku w przewodnikach. Rozważmy opornik o oporności R . Fluktuacje nośników manifestują się w postaci źródła napięcia połączzonego szeregowo z opornikiem. Wartość napięcia źródła jest sygnałem losowym. Aby zbadać podstawowe własności tego sygnału, przeprowadźmy eksperyment myślowy – połączymy opornik z szeregowym obwodem LC tak, jak pokazuje to rysunek 3.1. Dobroć tak powstałego obwodu rezonansowego, rozumiana jako stosunek szerokości 3 dB pasma przenoszenia tak powstałego filtru pasmowego do częstotliwości rezonansowej, wyraża się wzorem:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.1)$$

Ponieważ chodzi tu o eksperyment myślowy, możemy przyjąć, że przy ustalonej częstotliwości rezonansowej obwodu $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ jego dobroć może być zwiększana w sposób nieograniczony przez odpowiedni wybór wartości indukcyjności i pojemności. W praktyce mogą być z tym duże trudności, ale w tym przypadku nie chodzi o praktyczną realizację odpowiedniego



Rysunek 3.1. Obwód rezonansowy służący badaniu szumów opornika

obwodu. Szumy termiczne opornika pobudzają obwód rezonansowy do drgań. Średnia energia drgań $\bar{\varepsilon}$ jest sumą średniej energii zgromadzonej przez indukcyjność i pojemność:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}L\bar{I}^2 + \frac{1}{2}C\bar{U}_C^2. \quad (3.2)$$

Zasada ekwipartycji mówi, że każdy ze składników powyższej sumy ma tę samą wartość:

$$\bar{\varepsilon} = L\bar{I}^2 = C\bar{U}_C^2. \quad (3.3)$$

Jeżeli przyjąć, że napięcie szumów opornika jest sygnałem w szerokim sensie stacjonarnym, to wszystkie napięcia i prądy w rozważanym obwodzie są w szerokim sensie stacjonarne. Gęstość widmowa mocy napięcia szumów¹ $\bar{U}^2(\omega)$ łączy się z gęstością widmową mocy prądu szumów $\bar{I}^2(\omega)$ płynącego w obwodzie za pośrednictwem kwadratu modułu impedancji obwodu [7]:

$$\bar{I}^2(\omega) = \frac{\omega^2 C^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \bar{U}^2(\omega). \quad (3.4)$$

W rezultacie średnią ze wzoru (3.2) można obliczyć następująco:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{L\omega^2 C^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \bar{U}^2(\omega) d\omega. \quad (3.5)$$

Jednocześnie zgodnie z zasadą ekwipartycji energii średnia energia rezonatora przekazana mu w wyniku fluktuacji termicznych jest równa $k_B T$, gdzie $k_B \approx 1,3806505 \cdot 10^{-23}$ J/K to stała Boltzmanna, natomiast T to temperatura bezwzględna opornika:

$$k_B T = \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{x^2}{Q^2 (1 - x^2)^2 + x^2} \bar{U}^2(x\omega_0) dx. \quad (3.6)$$

¹ W analizie szumów tradycyjnie używa się jednostronnej gęstości widmowej mocy szumów, tj. całkowanie widma odbywa się tylko dla dodatnich częstotliwości.

W powyższej całce dokonano podstawienia zmiennych $\omega = x\omega_0$. Dla dużych wartości dobroci funkcja podcałkowa jest istotnie różna od zera tylko w otoczeniu punktu $x = 1$, a zatem:

$$\begin{aligned} \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{x^2 \overline{U^2}(x\omega_0)}{Q^2(1-x^2)^2 + x^2} dx &= \\ &= \overline{U^2}(\omega_0) \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x-x)^2 + 1} = k_B T. \end{aligned} \quad (3.7a)$$

Całkę w powyższym wzorze można obliczyć w sposób elementarny [10] przez podstawienie $x = \exp(\pm y)$:

$$\int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x-x)^2 + 1} dx = \int_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\pm y)}{4Q^2 \sinh^2 y + 1} dy = \int_{-\infty}^\infty \frac{\cosh y}{4Q^2 \sinh^2 y + 1} dy = \frac{\pi}{2Q},$$

co daje:
$$\overline{U^2}(\omega_0) = 4Rk_B T. \quad (3.7b)$$

Gęstość widmowa mocy szumów napięciowych oporności nie zależy od częstotliwości – szum tego typu nazywa się szumem białym. Wynika stąd, że gęstość widmowa dysponowanej mocy szumów jest też niezależna od częstotliwości:

$$P(\omega) = \frac{\overline{U^2}(\omega)}{4R} = k_B T. \quad (3.8)$$

Jest to zasadniczy wynik teorii Johnsona-Nyquista.

Zauważmy, że rozważany obwód LC jest w stanie równowagi termodynamicznej. Energia drgań wywołanych fluktuacjami jest cały czas rozpraszana przez opornik. Gęstość widmowa rozpraszanej mocy wyraża się wzorem:

$$P_{\text{roz.}}(\omega) = R \cdot \overline{I^2}(\omega) = \frac{\omega^2 C^2 R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \overline{U^2}(\omega).$$

Moc dostarczana do obwodu przez fluktuacje, a zatem „z wnętrza” opornika, wyraża się zależnościami:

$$P_{\text{dos.}}(\omega) = \text{Re}(\overline{UI}) = \text{Re} \left(\frac{\overline{U^2}(\omega)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R} \right) = \frac{\omega^2 C^2 R \overline{U^2}(\omega)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} = P_{\text{roz.}}(\omega).$$

W ten sposób nie tylko całkowita moc dostarczana przez fluktuacje do rezonatora jest równa całkowitej mocy rozpraszanej na oporniku, ale równość dotyczy także gęstości widmowych odpowiednich mocy.

3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona

Zasadnicza trudność teorii Johnsona-Nyquista polega na tym, że opisywany przez nią szum jest szumem białym. Moc dysponowana szumów rośnie proporcjonalnie do szerokości pasma sygnału i teoretycznie może być dowolnie duża. Powstaje pytanie: czy widmo mocy szumów jest rzeczywiście stałe dla dowolnie dużych częstotliwości? Aby się o tym przekonać, trzeba badać własności opisanego wyżej obwodu rezonansowego dla coraz wyższych częstotliwości rezonansowych. Im większa częstotliwość, tym mniejsze rozmiary geometryczne obwodu. Dla odpowiednio dużych częstotliwości obwód taki musi być opisywany prawami mechaniki kwantowej. Oznacza to, że we wzorze (3.6) zamiast iloczynu $k_B T$ powinien się pojawić wzór na średnią energię kwantowego oscylatora:

$$\overline{U^2}(\omega_0) \cdot \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x - x)^2 + 1} = \frac{\hbar\omega_0}{\exp(\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}) - 1} + \frac{\hbar\omega_0}{2}, \quad (3.9)$$

gdzie $\hbar \approx 1,054571817 \cdot 10^{-34}$ J·s to stała Diraca. W rezultacie gęstość widmowa mocy szumów napięciowych opornika wyraża się wzorem:

$$\overline{U^2}(\omega) = \frac{4R\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1} + 2R\hbar\omega. \quad (3.10)$$

Sytuacja zdaje się być gorsza niż dotychczas. Widmo mocy szumów, za sprawą drugiego składnika, rośnie nieograniczenie wraz ze wzrostem częstotliwości! Zwykły opornik powinien porazić nas twardym promieniowaniem gamma! Tak jednak nie jest.

W istocie energia oscylatora kwantowo mechanicznego wyraża się wzorem [18]:

$$\varepsilon = \hbar(n + 1/2)\omega_0, \quad (3.11)$$

gdzie: $n = 0, 1, 2, \dots$ Energia oscylatora w stanie podstawowym, dla którego $n = 0$, jest różna od zera. Jest to konsekwencja zasady nieoznaczoności. Oscylator kwantowy, który dołączamy do oporności, ma od razu energię $\hbar\omega_0/2$. Oscylacje termiczne „dorzucają” do tego średnio energię $\hbar\omega_0 / (\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1)$. Dysponowana moc szumów wyraża się zatem wzorem:

$$P(\omega) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1}. \quad (3.12)$$

Jest to wzór Plancka, który dla $\hbar\omega \ll k_B T$ daje $P(\omega) = k_B T$. W temperaturze pokojowej wartość widma mocy wyraźnie różni się od tej, którą przewiduje teoria Johnsona-Nyquista dopiero dla częstotliwości $f > k_B T/h \approx 6250$ GHz, a całkowita moc dysponowana szumów

termicznych nie jest nieskończona, ale wynosi²:

$$P = \int_0^{\infty} P(2\pi f)df = (\pi k_B T)^2 / 6h \approx 40,1 \text{ nW } (-44 \text{ dBm}). \quad (3.13)$$

Wynikałoby stąd, że uwzględniając we wzorze (3.10) energię stanu podstawowego oscylatora kwantowego, popełniliśmy błąd. Nie do końca jednak tak jest. Wbrew intuicji dotyczącej układów klasycznych energia stanu podstawowego uczestniczy w fluktuacjach. W stanach przejściowych energia ta może zostać chwilowo przekazana oporności. Możliwość taką przewiduje zasada nieoznaczoności – energii w układzie może być za mało, byle nie trwało to zbyt długo. Fluktuacje te, łączone z fluktuacjami próżni³, w dłuższym czasie nie mogą być źródłem energii dla żadnego układu. Dlatego w układach pasywnych szumy opisuje wzór Plancka (3.12). Jeżeli jednak opornik znajduje się w układzie aktywnym, energia fluktuacji próżni może mu zostać na chwilę przekazana, wzmocniona w układzie aktywnym, a następnie zwrócona, tak aby stało się zadość zasadzie nieoznaczoności. W ten sposób układy aktywne wzmacniają fluktuacje próżni, generując szumy kwantowomechaniczne niezależne od temperatury układu. Ostatecznie gęstość widmowa mocy szumów opornika w układzie aktywnym wyraża się wzorem Callena-Weltona (3.10).

Porównanie widma mocy szumów oporności dla różnych temperatur pracy układu przedstawia rysunek 3.2. Szumy kwantowe w układach aktywnych objawiają się dla skrajnie dużych częstotliwości i w praktyce stają się dominujące dopiero dla częstotliwości powyżej 1 THz.

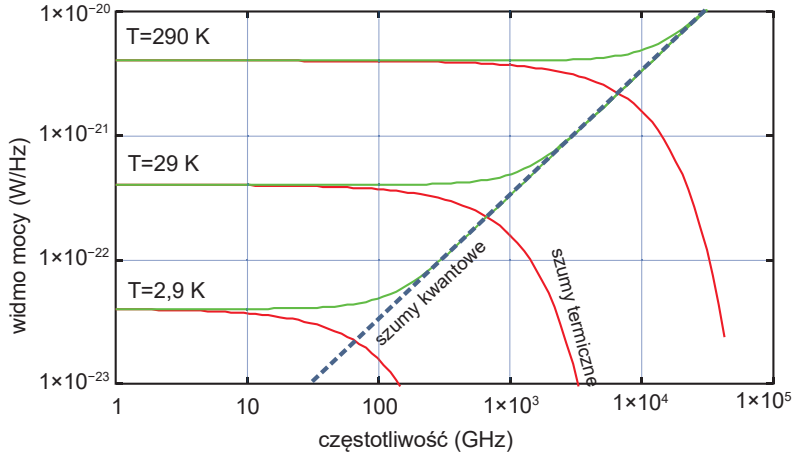
3.3. Szum śrutowy

Jest konsekwencją ziarnistej struktury ładunku elektrycznego. Pojawia się, kiedy nośniki ładunku docierają do celu w losowych chwilach czasu. Dobrym przykładem są nieregularności przechodzenia ładunku przez barierę potencjału w złączu półprzewodnikowym p - n .

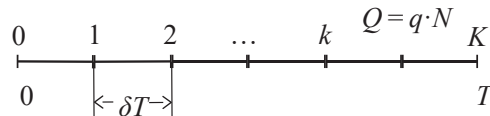
Załóżmy, że w czasie T nastąpił przepływ N ładunków, każdy o wartości q . Całkowity ładunek przeniesiony w czasie T jest zatem równy $Q = q \cdot N$. Podzielmy przedział czasu T na K szczylin czasowych, każda o takiej samej długości $\delta T = T/K$. Zakładamy, że nośniki ładunku są od siebie odróżnialne, czyli że można je ponumerować od 1 do N , i każdemu nośnikowi można przypisać numer szczeliny czasowej, w której przybywa do celu.

² Stała Plancka $h = 2\pi\hbar \approx 6,626070040(81) \cdot 10^{-34}$ J·s.

³ Próżnia jest opisywana przez mechanikę kwantową jako rojowisko pojawiających się i anihilujących par cząstka-antycząstka [10].



Rysunek 3.2. Gęstość widmowa mocy szumów termicznych i kwantowych



Przyjmijmy dalej, że żadna ze szczelin nie jest pod tym względem wyróżniona, a czas dotarcia do celu wybranego nośnika nie jest skorelowany z czasem przybycia żadnego innego nośnika. Powstaje w ten sposób prosty statystyczny model szumów śrutowych. Prawdopodobieństwo, że wybrany nośnik ładunku dotrze do celu w określonej szczelinie czasowej o numerze $k_0 \in \{1, 2, \dots, K\}$, wynosi:

$$p = \frac{\delta T}{T} = \frac{1}{K}. \tag{3.14}$$

Prawdopodobieństwo, że w szczelinie czasowej o numerze k_0 dotrze do celu dokładnie n ładunków, opisuje rozkład Bernoullego:

$$p(n) = \binom{N}{n} \left(\frac{\delta T}{T}\right)^n \left(1 - \frac{\delta T}{T}\right)^{N-n} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N. \tag{3.15}$$

Średni ładunek docierający w czasie trwania jednej szczeliny obliczamy następująco:

$$\bar{q} = qE(n) = q \cdot \sum_{n=0}^N np(n) = q \left[p \frac{d}{dp} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} p^n p_1^{N-n} \right]_{p_1=1-p} = q \cdot N \cdot p = \frac{Q}{K} = \frac{I_0 T}{K},$$

gdzie I_0 oznacza wartość płynącego prądu. Taki wynik jest intuicyjnie zrozumiały. Wariancja

docierającego ładunku dla dużych K może być przybliżona następująco:

$$\overline{q^2} - \bar{q}^2 = q^2 \sum_{n=0}^N n^2 p(n) - \bar{q}^2 \rightarrow q I_0 \delta T. \quad (3.16)$$

W rezultacie średni prąd płynący w czasie trwania jednej szczeliny czasowej jest równy:

$$\frac{\bar{q}}{\delta T} = I_0, \quad (3.17a)$$

natomiast jego wariancja to:
$$\frac{\overline{q^2} - \bar{q}^2}{\delta T^2} = 2q I_0 W, \quad (3.17b)$$

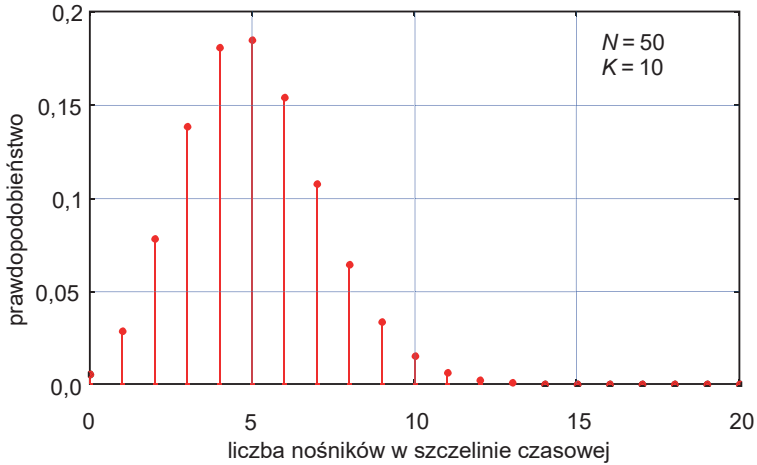
gdzie $2W = 1/\delta T$ to szerokość pasma częstotliwości szumów.

Rozkład Bernoullego (3.15) dla $Np > 5$ oraz $N(1-p) > 5$ można przybliżyć rozkładem normalnym $\mathcal{N}(Np, \sqrt{Np(1-p)})$. Dla dużych N i niewielkich wartości iloczynu Np rozkład ten może być przybliżony rozkładem Poissona o parametrze $\lambda = Np$: $p(n) \approx \lambda^n \exp(-\lambda)/n!$. Przykładowy przebieg rozkładu Bernoullego dla $N/K = p = 5$ przedstawiono na rysunku 3.3. Zgodność zaproponowanego modelu z wynikami eksperymentów laboratoryjnych uzyskano w wielu doświadczeniach [12]. Jest to istotne, ponieważ rozważany model ma charakter modelu probabilistycznego i wiele z jego założeń musi być skonfrontowanych z rzeczywistością. Można bowiem przedstawić alternatywne modele szumu ściągowego, np. model, w którym nośniki ładunku są nieodróżnialne. Nie można ich w żaden sposób ponumerować i nie można powiedzieć, które konkretnie ładunki przybyły w danej szczelinie. Można tylko stwierdzić, ile ładunków znalazło się w każdej szczelinie czasowej. Prowadzi to do modelu, w którym wariancja liczby ładunków jest proporcjonalna do kwadratu natężenia prądu I_0 , a rozkład prawdopodobieństwa $p(n)$ jest asymptotycznie rozkładem wykładniczym.

Model szumu ściągowego stanowi źródło prądu stałego połączone równolegle ze źródłem szumów prądowych o wartości oczekiwanej zero i stałej jednostronnej gęstości widmowej mocy:

$$\bar{I}^2(\omega) = 2q \cdot I_0. \quad (3.18)$$

Niezależność gęstości widmowej mocy od częstotliwości jest umieszczona w założeniach modelu – nośniki docierają do celu niezależnie od siebie. Poprawność tego założenia musi być zawsze weryfikowana eksperymentalnie. Istnieje wiele sytuacji, w których nośniki ładunku przybywają do celu w sposób skorelowany. Stopień tej korelacji określa kształt widma mocy obserwowanego szumu i zakres częstotliwości, dla których model wyrażony wzorem (3.18) pozostaje prawdziwy.



Rysunek 3.3. Rozkład Bernoullego

3.4. Czwórniki

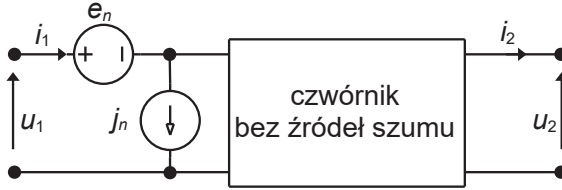
Przetworniki sygnału, jak np. wzmacniacze, mieszacze, filtry itp., mogą być zwykle traktowane jako czwórniki. Ponieważ sygnał szumu jest najczęściej dużo mniejszy niż potencjał termiczny w temperaturze pokojowej $\varphi_T = k_B T/q \approx 26$ mV, to układy te mogą być opisywane jako czwórniki liniowe. Opis taki stanowi zwykle macierz admitancyjna czwórnik:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

gdzie i_1, i_2 to prądy wpływające do wrót czwórnik, a u_1, u_2 to napięcia panujące na wrotach, zaś źródła j_1 oraz j_2 reprezentują wszystkie niezależne źródła prądu i napięcia znajdujące się we wnętrzu czwórnik. Czwórnik może być zatem przedstawiony jako połączenie czwórnik pozbawionego źródeł i dwóch źródeł prądu wpiętych równolegle do wrót czwórnik. Alternatywnym sposobem opisu czwórnik jest użycie macierzy łańcuchowej ABCD:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ j_1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Opis taki otrzymamy przez przekształcenie równań (3.19). W tym przypadku źródła czwórnik zostają sprowadzone do źródła napięcia oraz źródła prądu e_1, j_1 na wejściu czwórnik. W dążeniu do uniezależnienia opisu własności szumowych czwórnik od obciążenia oraz impedancji źródła sygnału czwórnik z wewnętrznymi źródłami szumu sprowadza się do czwór-



Rysunek 3.4. Zastępcze źródła szumów czwórnika

nika bezszumowego oraz dwóch źródeł sygnału stochastycznego e_n , j_n umieszczonych na wejściu (rysunek 3.4). Dla każdej częstotliwości z osobna szum jest opisywany przez podanie trzech parametrów [6, 14]:

1. Zastępczej rezystancji szumowej na wejściu:

$$R_n = \overline{e_n^2}(\omega) / (4k_B T_0), \quad (3.21a)$$

która jest równoważna podaniu gęstości mocy źródła szumów napięciowych $\overline{e_n^2}(\omega)$.

2. Zastępczej konduktancji szumowej na wejściu:

$$g_n = \overline{j_n^2}(\omega) / (4k_B T_0), \quad (3.21b)$$

która jest równoważna podaniu gęstości mocy źródła szumów prądowych $\overline{j_n^2}(\omega)$.

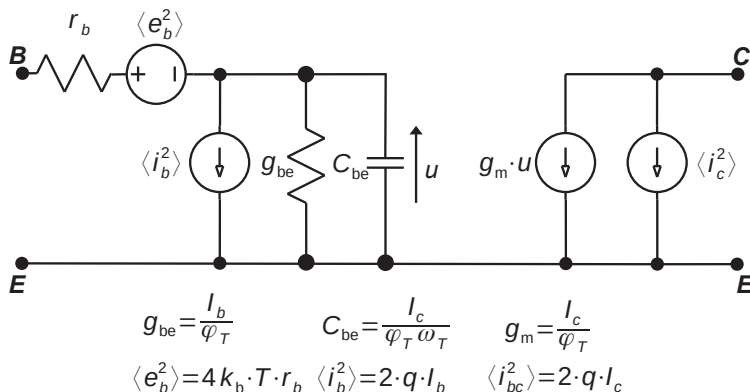
3. Zespolonego współczynnika korelacji szumów:

$$\rho = \frac{\overline{e_n^* j_n}(\omega)}{\sqrt{\overline{e_n^2} \cdot \overline{j_n^2}}}, \quad (3.21c)$$

który jest równoważny podaniu widma skrośnego dla szumów napięciowych i prądowych $\overline{e_n^* j_n}(\omega)$.

Temperatura $T_0 = 290$ K jest znormalizowaną temperaturą odniesienia. Należy podkreślić, że choć formalnie mamy do czynienia z trzema parametrami szumowymi czwórnika, to jednak w istocie są to cztery liczby rzeczywiste – współczynnik korelacji ma część rzeczywistą i urojoną. Opis własności szumowych czwórnika wymaga zatem podania czterech liczb rzeczywistych.

Przykład 3.1. (Model szumowy tranzystora bipolarnego). Rysunek 3.5 przedstawia najprostszymi możliwym model szumowy tranzystora bipolarnego. Źródłami szumów są prąd bazy, prąd kolektora oraz oporność bazy. Zakłada się, że źródła te są nieskorelowane, mają stałą gęstość



Rysunek 3.5. Prosty model szumowy tranzystora bipolarnego

widmową mocy:

$$\overline{i_b^2} = 2qI_b, \quad \overline{i_c^2} = 2qI_c, \quad \overline{e_b^2} = 4k_B T r_b, \quad (3.22)$$

gdzie $q = 1,60217653 \cdot 10^{-19}$ A·s oznacza ładunek elektronu, I_b to prąd polaryzacji bazy, I_c to prąd polaryzacji kolektora, natomiast T jest temperaturą obszaru bazy. Trzy parametry szumowe tranzystora można otrzymać w wyniku koncepcyjnie nieskomplikowanych, lecz żmudnych analiz obwodu z rysunku 3.5. Ich wynik jest następujący [14]:

$$R_n = \frac{\varphi_T^2}{2 \cdot I_c \cdot \varphi_0} + r_b \cdot \frac{\varphi_T \cdot (\beta + 1)}{\beta \cdot \varphi_0} + r_b^2 \cdot \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23a)$$

$$g_n = \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23b)$$

$$\rho \sqrt{R_n g_n} = \frac{\varphi_T \cdot (1 + j \cdot \beta \omega / \omega_T)}{2 \cdot \beta \cdot \varphi_0} + r_b \cdot \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23c)$$

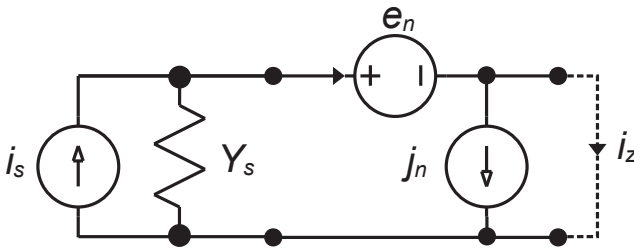
gdzie $\omega_T = 2\pi f_T$ to częstotliwość graniczna tranzystora, β jest wzmocnieniem prądowym tranzystora, φ_T to potencjał termiczny dla temperatury obszaru bazy oraz $\varphi_0 = 24,99$ mV to potencjał termiczny w temperaturze odniesienia. Parametry szumowe tranzystora zależą zatem w sposób dość złożony od temperatury, parametrów tranzystora, prądu kolektora oraz częstotliwości pracy. \square

Parametry obwodowe R_n , g_n , ρ opisujące szum czwórnik nie zawsze są najbardziej wygodnym zestawem parametrów. W praktyce inżynierskiej najczęściej stosuje się opis szumów czwórnik za pomocą zestawu parametrów zawierających współczynnik szumów.

3.5. Współczynnik szumów

Współczynnikiem szumów (liczbą szumową) czwórnika nazywa się stosunek gęstości widmowej mocy szumów na wyjściu czwórnika do tej części gęstości widmowej mocy szumów, która pochodzi od źródła sygnału na wejściu czwórnika, o którym to źródle zakładamy, że ma temperaturę równą temperaturze odniesienia T_0 .

Aby obliczyć współczynnik szumów czwórnika przedstawionego na rysunku 3.4, dołączmy do wejścia źródło sygnału, przedstawione zgodnie z twierdzeniem Nortona jako równoległe połączenie źródła prądu i_s i admitancji Y_s . Ograniczmy się do samego obwodu wejściowego przedstawionego na rysunku 3.6.



Rysunek 3.6. Obwód wejściowy modelu szumowego czwórnika

Zakładamy, że źródło sygnału ma temperaturę równą temperaturze odniesienia T_0 , a jego szумы są wyłącznie szumami termicznymi przewodności $G_s = \text{Re}(Y_s)$. Gęstość widmowa szumów źródła wejściowego wyraża się wzorem:

$$\bar{i}_s^2(\omega) = 4k_B T_0 G_s. \quad (3.24)$$

Wystarczy zatem obliczyć stosunek prądu zwarciovego dwójnika z rysunku 3.6 oraz tej jego części, która pochodzi od źródła sygnału i_s , aby obliczyć współczynnik szumów F_n czwórnika z rysunku 3.4:

$$F_n(\omega) = \frac{\bar{i}_z^2(\omega)}{\bar{i}_s^2(\omega)}. \quad (3.25)$$

Podzielmy prąd szumów j_n na część skorelowaną z napięciem szumów e_n oraz j_u część nieskorelowaną z napięciem szumów e_n :

$$j_n - j_u = Y_\gamma \cdot e_n, \quad (3.26a)$$

$$\text{gdzie } j_u \text{ spełnia warunki: } \overline{e_n^* j_u(\omega)} = 0 \quad \text{oraz} \quad \overline{(j_n - j_u)^* j_u(\omega)} = 0. \quad (3.26b)$$

Pierwszy z tych warunków określa admitancję szumów Y_γ :

$$Y_\gamma = \rho \cdot \sqrt{\frac{g_n}{R_n}}, \quad (3.27)$$

co dalej na podstawie (3.26a) pozwala na wyliczenie składowej nieskorelowanej prądu szumów czwórnika j_u . W ten sposób zwarciovowy prąd dwójnika z rysunku 3.6 może być wyrażony jako suma trzech statystycznie niezależnych składowych:

$$i_z = i_s + (Y_s + Y_\gamma) e_n + j_u. \quad (3.28)$$

Widmo mocy tego prądu jest zatem także sumą trzech składowych:

$$\bar{i}_z^2 = \bar{i}_s^2 + |Y_s + Y_\gamma|^2 \bar{e}_n^2 + \bar{j}_u^2, \quad (3.29)$$

a współczynnik szumów wyraża się wzorem:

$$F = 1 + \frac{|Y_s + Y_\gamma|^2 \bar{e}_n^2 + \bar{j}_u^2}{\bar{i}_s^2} = 1 + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s + Y_\gamma|^2, \quad (3.30)$$

gdzie gęstość widmową nieskorelowanej części szumów wyrażono przez odpowiednią przewodność $\bar{j}_u^2 = 4k_B T_0 G_u$, która wyraża się wzorem:

$$G_u = \overline{(j_n - Y_\gamma e_n)(j_n - Y_\gamma e_n)^*} / (4k_B T_0) = g_n (1 - |\gamma|^2). \quad (3.31)$$

Współczynnik szumów czwórnika zależy zatem od parametrów szumowych czwórnika oraz admitancji źródła sygnału Y_s :

$$F = 1 + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} \left((G_s + G_\gamma)^2 + (B_s + B_\gamma)^2 \right). \quad (3.32)$$

Przy ustalonych parametrach szumowych czwórnika funkcja ta musi mieć minimum ze względu na admitancję źródła sygnału. Warunki:

$$\frac{\partial F}{\partial G_s} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial F}{\partial B_s} = 0 \quad (3.33)$$

jest spełniony dla optymalnej wartości konduktancji i susceptancji źródła:

$$G_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{g_n}{R_n} [1 - \text{Im}^2(\rho)]}, \quad (3.34a)$$

$$B_{\text{opt}} = -B_\gamma = -\sqrt{\frac{g_n}{R_n}} \text{Im}(\rho). \quad (3.34b)$$

Minimalna wartość współczynnika szumów czwórnika jest zatem dana wzorem:

$$F_0 = 1 + 2R_n (G_{\text{opt}} + G_\gamma). \quad (3.35)$$

Ostatecznie współczynnik szumów dla dowolnej admitancji źródła sygnału ma postać:

$$F = F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[(G_s - G_{\text{opt}})^2 + (B_s - B_{\text{opt}})^2 \right]. \quad (3.36)$$

Moc szumów generowanych przez czwórnik można więc obliczyć, dysponując zestawem czterech parametrów: F_0 – minimalny współczynnik szumów, R_n – rezystancja szumowa, i dwie składowe optymalnej admitancji szumowej $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + j \cdot B_{\text{opt}}$.

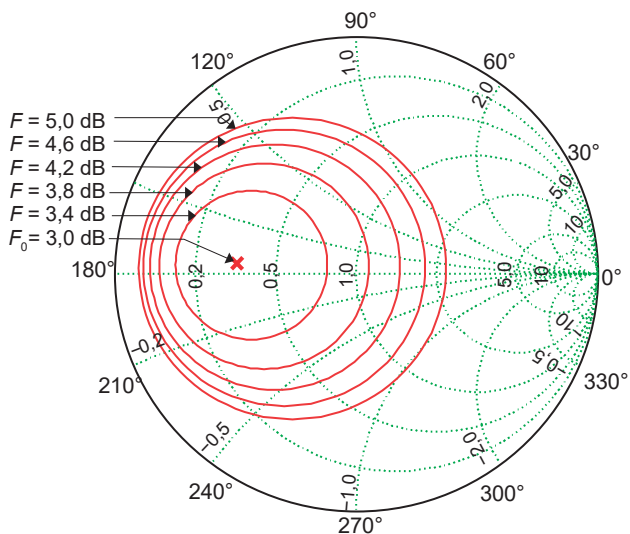
Ze względów praktycznych zamiast admitancji źródła używa się zwykle współczynnika odbicia:

$$\Gamma_s = \frac{1 - Z_0 \cdot Y_s}{1 + Z_0 \cdot Y_s}, \quad (3.37)$$

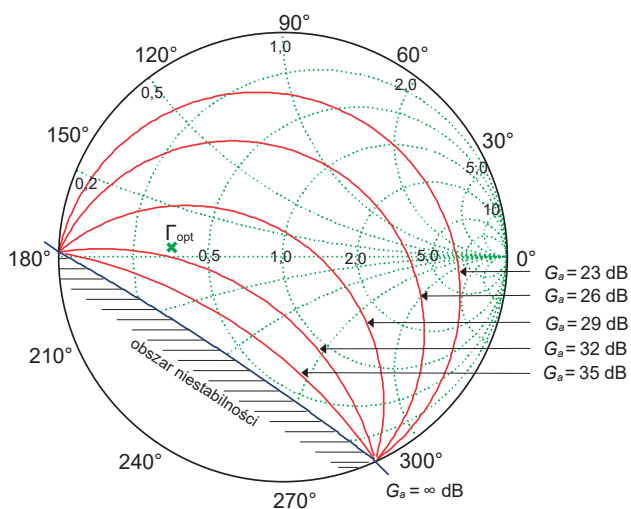
gdzie $Z_0 = 50 \Omega$. Wzór (3.36) można przepisać tak, aby zawierał tylko współczynniki odbicia:

$$F = F_0 + \frac{4R_n}{Z_0} \cdot \frac{|\Gamma_{\text{opt}} - \Gamma_s|^2}{|1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2 \cdot (1 - |\Gamma_s|^2)}. \quad (3.38)$$

Kiedy mówi się o parametrach szumowych czwórnika, najczęściej ma się na myśli F_0 – minimalny współczynnik szumów, R_n – rezystancję szumową, oraz amplitudę i fazę współczynnika odbicia źródła minimalizującego moc szumów $\Gamma_{\text{opt}} = |\Gamma_{\text{opt}}| \cdot \exp(j \cdot \varphi)$. Wygodnym sposobem określania własności szumowych czwórnika są okręgi stałego szumu (ang. *noise circles*). Na wykresie Smitha zbiór wartości współczynnika odbicia źródła sygnału, dla których współczynnik szumów czwórnika $F > F_0$ jest stały, jest okręgiem. Im większa wartość współczynnika szumu, tym większy promień okręgu, a środek jest bliżej środka wykresu Smitha – patrz rysunek 3.7.



Rysunek 3.7. Okręgi stałego szumu dla wzmacniacza niskoszumnego z przykładu 3.5 przy częstotliwości $f = 100$ MHz; parametry szumowe wzmacniacza $F_0 = 3$ dB, $4R_n/Z_0 = 0,51$, $\Gamma_{\text{opt}} = 0,499/175,1^\circ$



Rysunek 3.8. Okręgi stałego wzmocnienia dla wzmacniacza niskoszumnego z przykładu 3.5 przy częstotliwości $f = 100$ MHz; parametry rozproszenia wzmacniacza $S_{11} = -0,949 - 0,019j$, $S_{12} = 1,283 \cdot 10^{-4} + 9,7 \cdot 10^{-3}j$, $S_{21} = 4,451 + 1,8j$, $S_{22} = 0,685 + 0,695j$; w tle współczynnik odbicia źródła dopasowanego szumowo do wzmacniacza

Dysponowane wzmocnienie mocy G_a czwornika jest definiowane jako stosunek mocy dysponowanej na obciążeniu czwornika $[P_L]_{\max}$ do mocy dysponowanej źródła sygnału $[P_s]_{\max}$:

$$G_a = \frac{[P_L]_{\max}}{[P_s]_{\max}} = \frac{(1 - |\Gamma_s|^2) \cdot |S_{21}|^2}{|1 - S_{11} \cdot \Gamma_s|^2 \cdot \left(1 - \left|S_{22} + \frac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot \Gamma_s}{1 - S_{11} \cdot \Gamma_s}\right|^2\right)}, \quad (3.39)$$

gdzie S_{ij} , $i, j \in \{1, 2\}$ to współczynniki macierzy rozproszenia czwornika. Wygodną formą ilustrowania zależności G_a od współczynnika odbicia źródła sygnału są okręgi stałego wzmocnienia (ang. *power circles*). Na wykresie Smitha zbiór wartości współczynnika odbicia źródła sygnału, dla których dysponowane wzmocnienie mocy jest stałe, jest okręgiem – rysunek 3.8. Rodzina okręgów stałego wzmocnienia, dla której parametrem jest dysponowane wzmocnienie czwornika, tworzy hiperboliczny pęk okręgów, tj. zbiór okręgów przechodzących przez dwa ustalone punkty na brzegu wykresu Smitha. Im mniejsze dysponowane wzmocnienie mocy, tym większy promień okręgu. Asymptotycznie dla wzmocnienia $G_a = 0$ okrąg stałego wzmocnienia pokrywa się z brzegiem wykresu Smitha.

Dysponowane wzmocnienie mocy G_a zależy tylko od współczynnika odbicia źródła sygnału, a nie zależy od współczynnika odbicia obciążenia czwornika Γ_L , bo ten współczynnik musi być dobrany tak, aby zmaksymalizować moc przekazywaną do obciążenia [11]:

$$\Gamma_L = \left(S_{22} + \frac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot \Gamma_s}{1 - S_{11} \cdot \Gamma_s}\right)^* . \quad (3.40)$$

Przykład 3.2. W procesie projektowania wzmacniaczy niskoszumnych rezygnuje się zwykle z dopasowania mocy na wejściu układu na rzecz dopasowania szumowego, wybierając, zwykle za pomocą reaktancyjnego układu dopasowującego, współczynnik odbicia źródła sygnału o wartości Γ_{opt} . Podobnie na wyjściu zamiast dopasowania mocy współczynnik odbicia obciążenia wybiera się o wartości Γ_L . W ten sposób, rezygnując z części wzmocnienia układu, uzyskuje się możliwie wysoki stosunek sygnał–szum na wyjściu wzmacniacza [11]. \square

Przykład 3.3. Dla tranzystora bipolarnego o dużym współczynniku wzmocnienia prądowego $\beta \gg 1$ oraz w zakresie niskich częstotliwości $\omega \ll \omega_T / \sqrt{\beta}$ (ω_T oznacza częstotliwość graniczną tranzystora) wzory (3.23a)–(3.23c) mogą być w znaczący sposób uproszczone [14]:

$$R_n \approx \frac{r_b \cdot \varphi_T}{\varphi_0} + \frac{\varphi_T^2}{2 \cdot I_b \cdot \beta \cdot \varphi_0}, \quad (3.41a)$$

$$g_n \approx \frac{I_b}{2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.41b)$$

$$\rho \sqrt{R_n g_n} \approx \frac{I_b \cdot r_b}{2 \cdot \varphi_0} + \frac{\varphi_T}{2 \cdot \beta \cdot \varphi_0} + j \frac{\varphi_T \cdot \omega / \omega_T}{2 \cdot \varphi_0}. \quad (3.41c)$$

W rezultacie admittance szumów (3.27) upraszcza się do postaci:

$$Y_\gamma \approx \frac{I_b \cdot (\varphi_T + I_b \cdot \beta \cdot r_b)}{\varphi_T \cdot (\varphi_T + 2 \cdot I_b \cdot \beta \cdot r_b)} + \frac{j \cdot I_b \cdot \beta \cdot \omega / \omega_T}{\varphi_T + 2 \cdot r_b \cdot \beta \cdot I_b}, \quad (3.42)$$

a optymalna admittance źródła sygnału przyjmuje postać:

$$Y_0 = G_0 + j \cdot B_0 \approx \sqrt{\frac{I_b^2 \cdot \beta}{\varphi_T^2 + 2 \cdot r_b \cdot \varphi_T \cdot \beta \cdot I_b}} - \frac{j \cdot I_b \cdot \beta \cdot \omega / \omega_T}{\varphi_T + 2 \cdot r_b \cdot \beta \cdot I_b}. \quad (3.43)$$

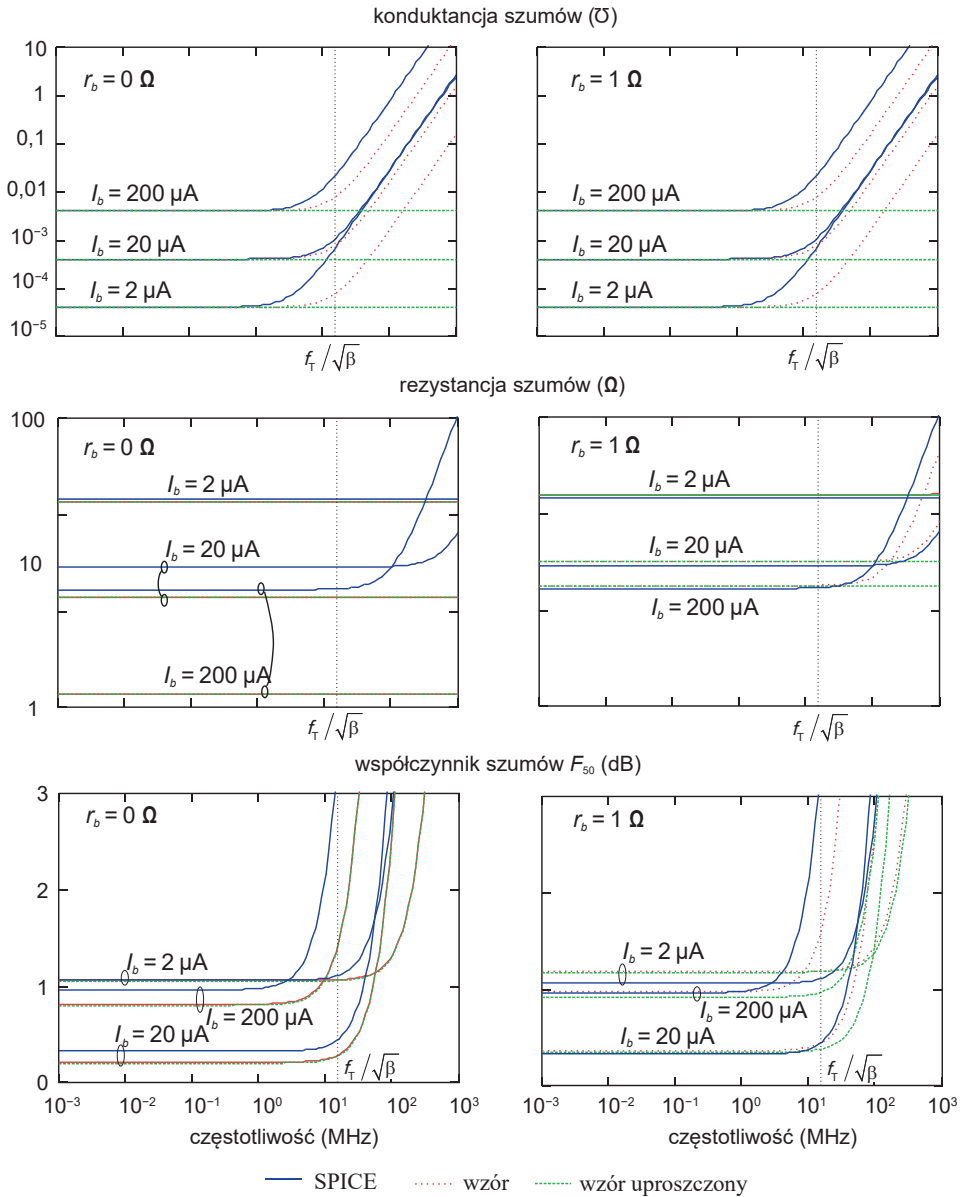
Optymalna susceptancja źródła sygnału B_0 jest zwykle dla rozważanego zakresu częstotliwości pomijalna w stosunku do konduktancji G_0 . Dlatego obliczając minimalną wartość współczynnika szumów, ograniczamy się tylko do uwzględnienia konduktancji. W rezultacie otrzymujemy wzór uproszczony:

$$F_0 \approx 1 + \left(\frac{2 \cdot r_b \cdot \varphi_T}{\varphi_0} + \frac{\varphi_T^2}{I_b \cdot \beta \cdot \varphi_0} \right) \cdot \sqrt{\frac{I_b^2 \cdot \beta}{\varphi_T^2 + 2 \cdot r_b \cdot \varphi_T \cdot \beta \cdot I_b}}. \quad (3.44)$$

Na rysunku 3.9 przedstawiono wybrane parametry szumowe tranzystora BC547C. Są to rezystancja szumów na wejściu, konduktancja szumów na wejściu oraz współczynnik szumów F_{50} dla oporności źródła sygnału $R_s = 50 \Omega$. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem programu LTSpice dla temperatury złącza równej $T = 290 \text{ K}$. Z programem LTSpice dostarczona jest podstawowa biblioteka modeli elementów, wśród których jest model tranzystora BC547C. Szczegóły modelu można znaleźć w literaturze [4], natomiast użyte wartości parametrów modelu dla tranzystora BC547C są następujące [1]:

```
.model BC547C NPN (IS=4.679E-14 NF=1.01 ISE=2.642E-15 NE=1.581
BF=458.7 IKF=0.1371 VAF=52.64 VAR=364.5 NR=1.019 RB=1 ISC=2.337E-14
IRB=1.00E-06 RBM=1 NC=1.164 RE=0.2598 BR=11.57 RC=1 XTB=0 IKR=0.1144
EG=1.11 XTI=3 CJE=1.229E-11 VJE=0.5591 MJE=0.3385 TF=4.689E-10
XTF=160 ITF=0.8842 TR=1.00E-32 PTF=0 CJS=0 CJC=4.42E-12 VJS=0.75
VJC=0.1994 MJS=0.333 MJC=0.2782 FC=0.7936 Vceo=45 XCJC=0.6193
VTF=2.828 Icrating=100m mfg=Philips)
```

Te same obliczenia wykonano z wykorzystaniem wzorów (3.23) oraz ich wersji uproszczonej (3.41). Na wykresach po lewej stronie przyjęto we wzorach analitycznych (3.23) oraz (3.41) wartość $r_b = 0 \Omega$. Dla niskich częstotliwości $f < f_T / \sqrt{\beta}$ istotne różnice między wzorami analitycznymi a obliczeniami symulacyjnymi w programie SPICE dotyczą rezystancji szumowej oraz współczynnika szumów F_{50} . Różnice te są znacznie mniejsze na wykresach po prawej



Rysunek 3.9. Wybrane parametry szumowe tranzystora BC547C; na wykresach po lewej stronie we wzorach analitycznych przyjęto, że oporność bazy tranzystora jest równa zero; na wykresach po prawej uwzględniono oporność bazową i jej zmiany wraz ze wzrostem prądu bazy

stronie rysunku 3.9. Uwzględniono na nich we wzorach analitycznych $r_b = 1 \Omega$ oraz wpływ modulacji szerokości bazy na oporność bazy r_b , zgodnie z modelem opisanym w [4]. Dla częstotliwości powyżej $f_T/\sqrt{\beta}$ wzory analityczne (3.23) oraz (3.41) dają wyniki wyraźnie różne od wyników obliczeń z wykorzystaniem programu SPICE. \square

Powyższy przykład uzmysławia wagę oporności bazy w kształtowaniu własności szumowych tranzystora bipolarnego. Dla częstotliwości $f > f_T/\sqrt{\beta}$ nie dość, że potrzebny jest model małosygnałowy tranzystora bardziej złożony niż ten rozważany w przykładzie 3.1, to jeszcze trzeba uwzględnić w modelu zjawisko modulacji szerokości bazy oraz szereg zjawisk związanych z transportem nośników w bazie tranzystora. Trudności w konstruowaniu modelu szumowego tranzystora bipolarnego na podstawie analizy zachodzących w nim zjawisk fizycznych, ujawniające się szczególnie dla częstotliwości mikrofalowych, skłaniają do odwołania się w praktyce inżynierskiej do pomiarów tych własności. Nie jest to sytuacja nietypowa. Własności szumowe przyrządów i układów podawane w katalogach są wielkościami mierzonymi laboratoryjnie.

3.6. Pomiar parametrów szumowych

Pomiar właściwości szumowych czwórnik jest często trudny i obciążony znaczną niepewnością. Dlatego poniżej zostanie przedstawiona tylko idea pomiaru, bez wnikania w liczne szczegóły techniczne.

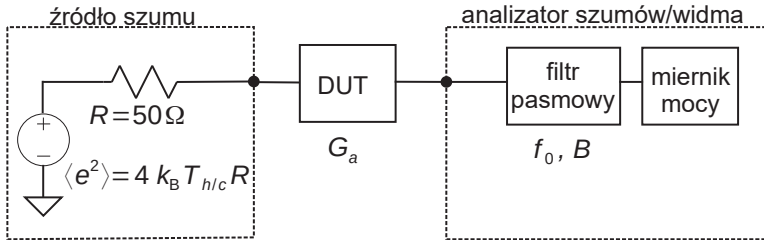
3.6.1. Pomiar współczynnika szumów

Schemat ideowy układu do pomiaru współczynnika szumów z wykorzystaniem generatora szumów metodą czynnika Y (ang. *Y-factor method*) przedstawiony jest na rysunku 3.10. Generator szumów ma zwykle oporność wyjściową $R_s = 50 \Omega$. Czasami jest to oporność $R_s = 75 \Omega$. W stanie wyłączenia (ang. *off, cold*) szum generowany przez źródło ma zastępczą temperaturę T_c . W stanie włączenia (ang. *on, hot*) szum generowany przez źródło ma zastępczą temperaturę T_h . Podczas pomiaru istotny jest tylko współczynnik szumu nadmiarowego ENR (ang. *excess noise ratio*):

$$\text{ENR} = \frac{T_h - T_c}{T_0}, \quad (3.45a)$$

k który często wyraża się w skali logarytmicznej:

$$\text{ENR}_{\text{dB}} = 10 \cdot \log \left(\frac{T_h - T_c}{T_0} \right), \quad (3.45b)$$



Rysunek 3.10. Schemat ideowy układu do pomiaru współczynnika szumów [16]

gdzie $T_0 = 290$ K jest temperaturą odniesienia. Oznacza to, że źródło szumu opisane parametrem $\text{ENR}_{\text{dB}} = 0$ dB charakteryzuje się różnicą temperatury szumu równą 290 K między stanem *hot* i stanem *cold*. Stosunek mocy szumu rejestrowanego przez miernik mocy, kiedy źródło jest w stanie *hot*, do mocy szumu rejestrowanego, kiedy źródło jest w stanie *cold*, wyraża się wzorem (ang. *Y-factor*) [16]:

$$Y = \frac{k_B \cdot [T_h + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B}{k_B \cdot [T_c + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B}, \quad (3.46)$$

gdzie G_a to wzmocnienie mocy badanego przyrządu (ang. *device under test* – DUT), F to współczynnik szumów przyrządu, a B jest szerokością pasma przenoszenia filtru użytego podczas pomiaru. Pomiar wielkości Y pozwala na wyliczenie współczynnika szumów:

$$F = \frac{\text{ENR}}{Y - 1} + \left(\frac{T_c}{T_0} - 1 \right). \quad (3.47a)$$

Jeżeli temperatura szumu dla źródła w stanie *cold* jest równa temperaturze odniesienia $T_c = T_0$, to powyższy wzór znacznie się upraszcza:

$$F = \frac{10^{0,1 \cdot \text{ENR}_{\text{dB}}}}{Y - 1}. \quad (3.47b)$$

Zaletą metody jest fakt, że nie wymaga ani wyznaczenia wzmocnienia mocy badanego układu G_a , ani znajomości pasma przenoszenia filtru B .

Przykład 3.4. Załóżmy, że mierzony jest współczynnik szumów wzmacniacza, którego wzmocnienie mocy w badanym paśmie i w warunkach dopasowania na wejściu i wyjściu do 50Ω jest równe $G_a = 20$ dB, zaś współczynnik szumów jest równy $F = 2$ dB. Niech szerokość pasma filtru w torze pomiarowym wynosi $B = 1$ MHz. Użyto źródła szumów o $\text{ENR} = 6$ dB, dla którego można przyjąć $T_c = T_0$. W tej sytuacji moc szumów na wejściu miernika mocy,

kiedy źródło jest w stanie *cold*, wynosi:

$$P_{\text{cold}} = k_B \cdot T_0 \cdot F \cdot G_a \cdot B \approx 0,635 \text{ pW } (-92,0 \text{ dBm}).$$

Kiedy źródło sygnału jest w stanie *hot*, mierzona moc jest równa:

$$P_{\text{hot}} = k_B \cdot [T_h + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B \approx 2,23 \text{ pW } (-86,5 \text{ dBm}),$$

natomiast moc szumów termicznych w paśmie o szerokości B jest równa:

$$P_{\text{noise}} = k_B \cdot T_0 \cdot B \approx 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ pW } (-114,0 \text{ dBm}).$$

Oznacza to, że na wejściu miernika mocy nie można liczyć na stosunek sygnał–szum istotnie większy niż około 25 dB. □

Opisując sposób pomiaru współczynnika szumów z wykorzystaniem źródła szumów, nie uwzględniono szumów własnych miernika mocy. Jeżeli współczynnik szumów miernika wynosi F_{NFA} , to w liczniku i mianowniku wzoru (3.46) należy uwzględnić dodatkowy składnik $k_B T_0 (F_{\text{NFA}} - 1)$. Powoduje to, że wartość współczynnika szumów powinna być obliczona na podstawie pomiarów z wykorzystaniem następującego wzoru:

$$F = \frac{\text{ENR}}{Y - 1} + \left(\frac{T_c}{T_0} - 1 \right) + \frac{F_{\text{NFA}} - 1}{G_a}. \quad (3.48)$$

W przypadku użycia tego wzoru trzeba znać współczynnik szumów miernika mocy, a przed pomiarem współczynnika szumów wyznaczyć wzmocnienie mocy mierzonego układu. Zwykle komplikuje to całą procedurę pomiarową [6].

Jeżeli mierzony jest współczynnik szumów wzmacniacza o wzmocnieniu rzędu 20 dB, a współczynnik szumów miernika mocy nie przekracza kilku decybeli, to błąd wynikający z pominięcia ostatniego składnika we wzorze (3.48) nie przekracza kilku procent. Tego samego rzędu błędy wynikają z niepewności współczynnika ENR, która zwykle wynosi około $\pm 0,05$ dB [17]. Jeszcze jednym źródłem błędów jest niedopasowanie na wejściu mierzonego układu. W ten sposób niewielkie błędy pomiaru są możliwe do uzyskania tylko dzięki temu, że każde komercyjnie sprzedawane źródło szumu jest wyposażone w indywidualną krzywą kalibracji współczynnika ENR oraz współczynnika odbicia w funkcji częstotliwości.

W przypadku układu o dużym współczynniku szumu, dla którego parametr Y jest zbliżony do jedności i wynik pomiaru jest skrajnie wrażliwy na błędy pomiaru mocy, można zastosować historyczną metodę podwojenia mocy. W układzie z rysunku 3.10 zamiast generatora szumów używa się zwykłego generatora sygnałowego. Najpierw rejestruje się moc P_{noise} wskazywaną przez miernik mocy, kiedy wejście układu jest dopasowane za pomocą impedancji $Z_0 = 50 \Omega$

(zakładamy, że układ jest w temperaturze odniesienia T_0). Następnie dołącza się do układu generator sygnału i zwiększa jego moc aż do poziomu P_{gen} , dla którego wskazanie miernika mocy na wyjściu zwiększy się o 3 dB (podwoi się do wartości $2P_{\text{noise}}$). Nietrudno się przekonać, że w tym przypadku współczynnik szumów wyraża się wzorem:

$$F = \frac{P_{\text{gen}}}{k_B \cdot T_0 \cdot B}. \quad (3.49)$$

Metoda nie wymaga wyznaczenia wzmocnienia badanego układu. Wymaga jednak znajomości pasma przenoszenia filtru B oraz użycia miernika czułego rzeczywiście na moc sygnału (ang. *true rms*), a nie przyrządu jedynie wyskalowanego w jednostkach mocy⁴.

W przypadku gdy badany układ mocno szumi, a znane są jego wzmocnienie mocy G_a oraz pasmo przenoszenia, do określenia współczynnika szumów wystarcza pomiar mocy szumów na wyjściu P_{noise} , kiedy wejście układu jest dopasowane za pomocą impedancji 50 Ω :

$$F = \frac{P_{\text{noise}}}{k_B \cdot T_0 \cdot G_a \cdot B}. \quad (3.50)$$

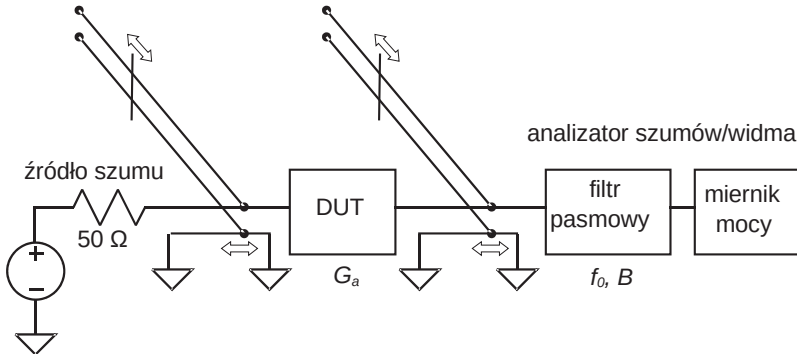
Błąd pomiaru powiększa niepewność wartości wzmocnienia mocy G_a oraz szerokości pasma przenoszenia filtru B , które muszą być wyznaczone w osobnym pomiarze.

3.6.2. Pełny pomiar szumów czwórnika

Pomiar współczynnika szumów wzmacniacza niskoszumnego w warunkach dopasowania do oporności 50 Ω za pomocą komercyjnego miernika szumów oraz komercyjnego źródła szumów nie sprawia zwykle wielkich kłopotów i jest obciążony niewielkim błędem [17]. Ponieważ układy tego typu pracują w warunkach dopasowania współczynnika szumów, to F_{50} jest pojedynczym parametrem wystarczającym w codziennej praktyce inżyniera, aby opisać własności szumowe wzmacniacza.

Co innego tranzystory, a w szczególności mikrofalowe tranzystory bipolarne wykonane w technice HEMT (ang. *high electron mobility transistor*). W tym przypadku konieczne jest wyznaczenie wszystkich czterech parametrów szumowych czwórnika. Idea pomiaru tych parametrów polega na doświadczalnym wyznaczeniu zależności współczynnika szumów układu od admitancji źródła sygnału. Odpowiedni schemat ideowy przedstawia rysunek 3.11. Impedancja źródła szumów jest transformowana z wykorzystaniem reaktancyjnego transforma-

⁴ Woltomierz prądu zmiennego jest zwykle czuły na wartość średnią wyprostowaną napięcia, a wyskalowany jest tak, aby dla napięcia o przebiegu sinusoidalnym wskazywał wartość skuteczną napięcia. Podłączony np. do źródła szumu nie wskaże poprawnej wartości skutecznej szumu.



Rysunek 3.11. Schemat ideowy układu do pomiaru zależności współczynnika szumów od admitancji źródła sygnału [3]

tora. W najprostszym przypadku, sugerowanym przez [3], używa się odcinka linii transmisyjnej z odczepem o regulowanej długości. Podobny układ transformatora jest używany na wyjściu celem maksymalizacji wskazań miernika mocy, co zmniejsza błąd pomiaru. Wyznaczenie krzywej zależności współczynnika szumów od konduktancji źródła G_s wymaga zmierzenia współczynnika szumów dla co najmniej trzech różnych wartości konduktancji G_{s1}, G_{s2}, G_{s3} . Wzór (3.36) dla $B_s = 0$ ma postać:

$$F = F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[(G_s - G_0)^2 + B_0^2 \right] = \overbrace{F_0 - 2 \cdot R_n \cdot G_0}^{a_1} + \overbrace{R_n}^{b_1} \cdot G_s + \frac{\overbrace{R_n \cdot (G_0^2 + B_0^2)}^{c_1}}{G_s}.$$

Współczynniki a_1, b_1, c_1 wyznacza się poprzez rozwiązanie układu trzech równań liniowych:⁵

$$\begin{bmatrix} 1 & G_{s1} & \frac{1}{G_{s1}} \\ 1 & G_{s2} & \frac{1}{G_{s2}} \\ 1 & G_{s3} & \frac{1}{G_{s3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

W rezultacie otrzymujemy równoważną oporność szumów na wejściu wzmacniacza R_n i równoważną przewodność szumów na wejściu g_n :

$$\begin{aligned} R_n &= b_1 \\ g_n &= c_1 - \text{patrz wzory (3.34)}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

⁵ Większa liczba wartości przewodności źródła sygnału, dla której wyznaczono współczynnik szumów, powoduje, że układ równań (3.51) staje się nadokreślony. Bierzemy wtedy pod uwagę liczby a_1, b_1, c_1 , które minimalizują odległość Euklidesa między lewą i prawą stroną układu równań (3.51).

Podobne zależności uzyskujemy dla przypadku, gdy przewodność źródła sygnału jest stała $G_s = \text{const.}$, a zmienia się składowa reaktancyjna admitancji źródła sygnału:

$$\begin{aligned} F &= F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[(G_s - G_0)^2 + (B_s - B_0)^2 \right] = \\ &= F_0 + \frac{R_n}{G_s} (G_s - G_0)^2 + \frac{R_n}{G_s} \cdot B_0^2 - \frac{2 \cdot R_n \cdot B_0}{G_s} \cdot B_s + \frac{R_n}{G_s} \cdot B_s^2 = \\ &= a_2 + b_2 \cdot B_s + c_2 \cdot B_s^2. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Wyznaczenie współczynnika b_2 pozwala na wyliczenie optymalnej susceptancji:

$$B_0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{b_2}{c_2}, \quad (3.54a)$$

a to z kolei ułatwia wyznaczenie optymalnej konduktancji:

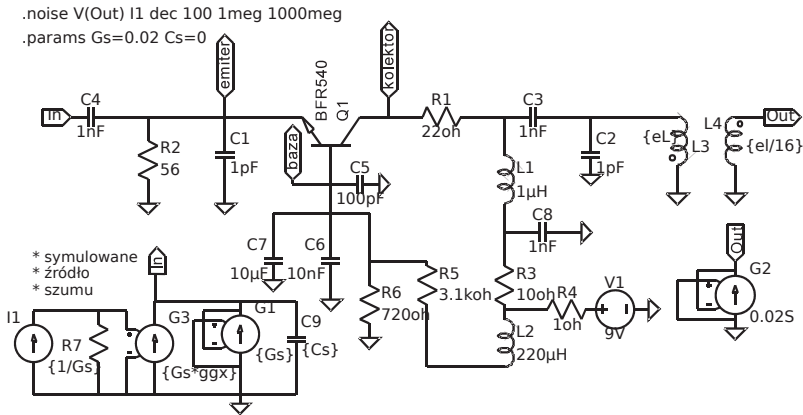
$$G_0 = \sqrt{\frac{g_n}{R_n} - B_0^2}. \quad (3.54b)$$

Powtarzając pomiary i obliczenia dla szeregu wartości częstotliwości środkowej filtra pasmowego f_0 , wyznacza się zależność parametrów szumowych badanego układu w funkcji częstotliwości.

Przykład 3.5. Na rysunku 3.12 przedstawiono schemat elektryczny niskoszumnego wzmacniacza buforowego zaczerpnięty z [13]. W układzie tym wykorzystano szerokopasmowy tranzystor BFR540, dla którego parametry modelu w programie SPICE można znaleźć na stronie producenta [2]:

```
.MODEL BFR540 NPN(IS=1.04516E-15 BF=1.84359E+02 NF=9.81774E-01
VAF=4.16981E+01 IKF=1.00000E+01 ISE=2.32436E-13 NE=2.02825E+00
BR=4.39917E+01 NR=9.92532E-01 VAR=2.09773E+00 IKR=1.66296E-01
ISC=1.29849E-16 NC=1.06486E+00 RB=5.00000E+00 IRB=1.00000E-06
RBM=5.00000E+00 RE=3.53552E-01 RC=1.34000E+00 EG=1.11000E+00
XTI=3.00000E+00 CJE=1.97895E-12 VJE=6.00000E-01 MJE=3.32695E-01
TF=7.45719E-12 XTF=1.14072E+01 VTF=3.15854E+00 ITF=1.56917E-01
CJC=7.93745E-13 VJC=1.85522E-01 MJC=8.41656E-21
```

Dzięki temu można przeprowadzić symulację pomiaru wszystkich czterech parametrów szumowych układu z wykorzystaniem łatwo dostępnego symulatora LTspice [1]. W tym celu skonstruowano symulowane źródło szumów o zmiennej admitancji. Składa się ono z: 1) źródła prądu sterowanego napięciem G1, które realizuje bezszumową przewodność o zmiennej



Rysunek 3.12. Schemat elektryczny niskoszumnego wzmacniacza buforowego [13]

wartości G_s ; 2) źródła prądu sterowanego napięciem G_2 , które realizuje źródło szumów prądowych o zmiennej temperaturze; 3) zmiennej pojemności C_s . Program LTspice został użyty, aby obliczyć gęstość widmową mocy szumów napięciowych na wyjściu Out wzmacniacza dla dwóch różnych wartości temperatury źródła szumu.

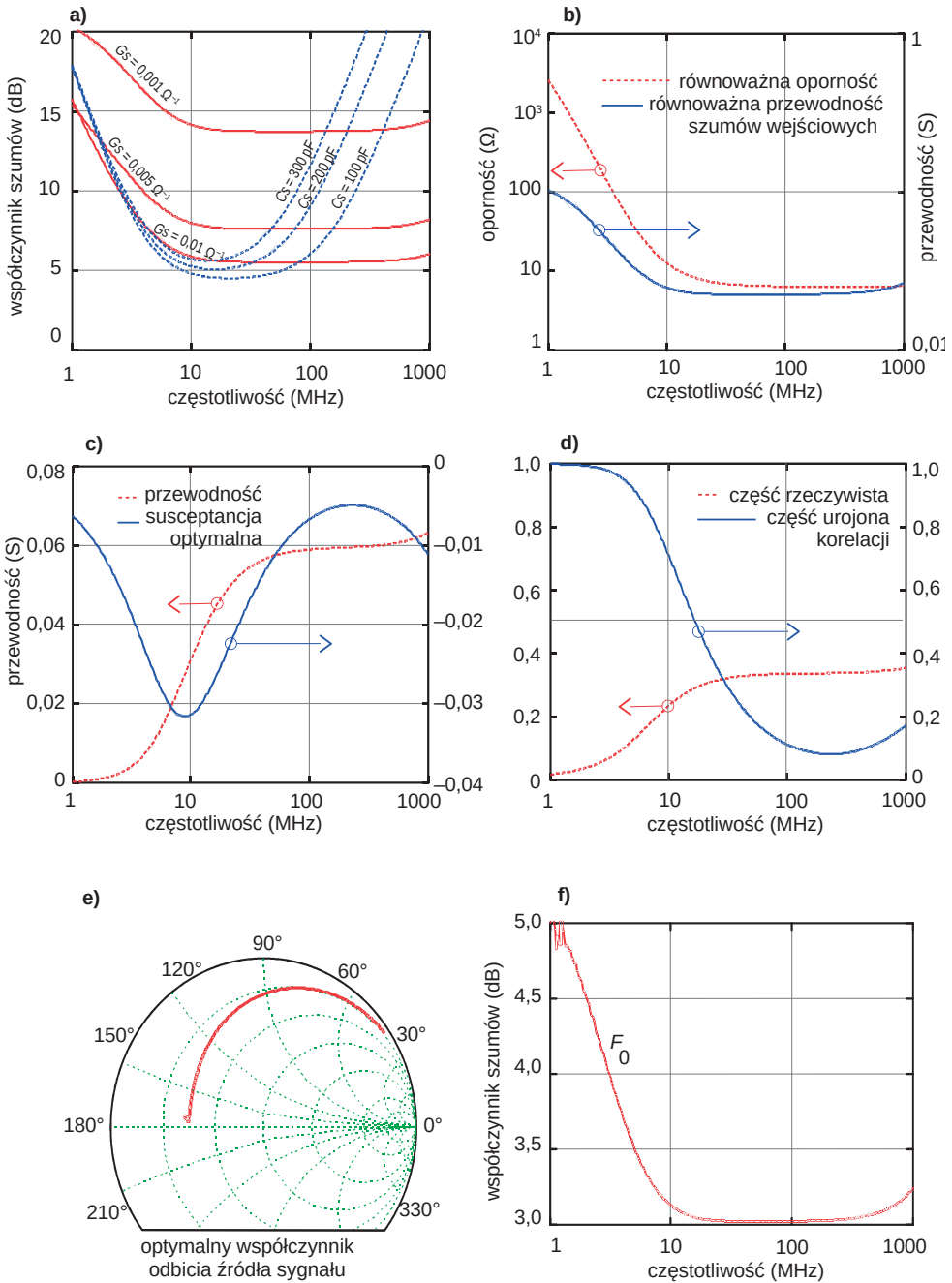
Na rysunku 3.13(a) pokazano wartości współczynnika szumów układu wzmacniacza niskoszumnego, wyznaczone metodą czynnika Y na podstawie obliczeń gęstości mocy szumów wykonanych z wykorzystaniem programu LTspice. Obliczenia przeprowadzono dla układu znajdującego się w temperaturze odniesienia $T_0 = 290$ K dla dwóch różnych wartości temperatury źródła szumu. Założono, że w stanie off temperatura źródła szumu jest równa temperaturze odniesienia $T_c = T_0 = 290$ K, natomiast współczynnik szumu nadmiarowego źródła $ENR_{dB} = 15$ dB, co daje $T_h = 9460$ K. Przewodność źródła przyjmowała kolejno wartości $G_s \in \{1/1000, 1/200, 1/100\} \Omega^{-1}$ przy $C_s = 0$ F. Następnie zmieniana była pojemność $C_s \in \{100, 200, 300\}$ pF przy $G_s = 1/50 \Omega^{-1}$. Obliczone wartości współczynnika szumów pozwalają na odtworzenie podstawowych parametrów szumowych wzmacniacza.

Wyliczone na podstawie równania (3.52) równoważna oporność szumów na wejściu i równoważna przewodność szumów na wejściu dla wzmacniacza niskoszumnego w temperaturze odniesienia $T_0 = 290$ K są przedstawione na rysunku 3.13(b).

Uzyskane na podstawie równań (3.54) wartości optymalnej admitancji źródła w funkcji częstotliwości są pokazane na rysunku 3.13(c). Na rysunku 3.13(e) optymalna admitancja źródła jest przeliczona do postaci współczynnika odbicia i naniesiona na wykres Smitha.

Obliczone powyżej wielkości pozwalają na koniec obliczyć minimalną wartość współczynnika szumów:

$$F_0 = a_2 - \frac{R_n}{G_s} \cdot (G_s - G_0)^2 - \frac{R_n}{G_s} \cdot B_0^2. \quad (3.55)$$



Rysunek 3.13. Parametry szumowe wzmacniacza niskoszumnego z rysunku 3.12

Przebieg tego współczynnika dla rozważanego wzmacniacza niskoszumnego jest pokazany na rysunku 3.13(f). W zakresie częstotliwości powyżej 10 MHz współczynnik ten jest stały, praktycznie równy 3 dB. Dla częstotliwości niższych obserwuje się niewielki wzrost tego współczynnika, co wiąże się z wpływem pojemności sprzęgających, a głównie pojemności C4, na działanie obwodu [13].

Dysponując pełnym zestawem parametrów szumowych wzmacniacza, obliczamy korelację pomiędzy napięciem szumów i prądem szumów na wejściu. Wielkość tę można uzyskać, korzystając ze wzorów (3.27) i (3.35):

$$\rho = \frac{F_0 - 1}{2 \cdot \sqrt{R_n \cdot g_n}} - \sqrt{\frac{R_n}{g_n}} \cdot G_0 - j \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{R_n}{g_n}}. \quad (3.56)$$

Przebieg korelacji dla badanego wzmacniacza ilustruje rysunek 3.13(d). Wyliczenie korelacji może posłużyć w charakterze sprawdzianu poprawności przeprowadzonych obliczeń. W żadnym przypadku wielkość ta co do modułu nie może być większa od jedności – tak jak przebieg na rysunku 3.13(d). \square

3.6.3. Zastępcza temperatura szumów

Źródło szumów, którego gęstość widmowa mocy wynosi N_x , może być scharakteryzowane przez podanie zastępczej temperatury szumów T_x [15]:

$$N_x = k_b \cdot T_x. \quad (3.57)$$

Zastępcza temperatura szumów jest szczególnie wygodna w sytuacji, gdy widmo szumów w interesującym zakresie jest stałe.

Dla czwórnika, scharakteryzowanego przez współczynnik szumów F , definiuje się temperaturę szumów T_{sys} jako temperaturę, do której trzeba ogrzać oporność źródła sygnału, aby widmo dysponowanej mocy szumów generowanych na wyjściu czwórnika wyłącznie przez tę oporność było równe widmu dysponowanej mocy szumów obserwowanych na wyjściu czwórnika:

$$T_{\text{sys}} = T_0 \cdot F. \quad (3.58)$$

Temperatura szumów T_{sys} jest w ogólnym przypadku funkcją admitancji wejściowej źródła sygnału, częstotliwości i temperatury, w której pracują elementy czwórnika. Jednak wiele praktycznych układów jest przewidzianych tylko do pracy w warunkach dopasowania do impedancji 50Ω , a współczynnik szumów układu dla źródła dopasowanego w paśmie pracy układu nie zależy od częstotliwości. Wtedy temperatura szumów okazuje się jedną liczbą, która wystarcza do charakteryzowania własności szumowych czwórnika.

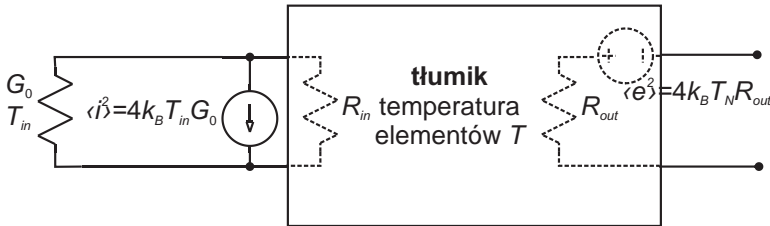
Przykład 3.6. Minimalny współczynnik szumów wzmacniacza niskoszumnego, przedstawionego w przykładzie 3.5, pracującego w temperaturze odniesienia $T_0 = 290$ K, jest w szerokim zakresie częstotliwości stały i równy 3 dB. Minimalna temperatura szumów tego czwórnika jest zatem równa:

$$T_{\min} = T_0 \cdot F_0 = 580 \text{ K.}$$

Minimalna temperatura szumów nadmiarowych jest zaś równa:

$$T_e = T_{\min} - T_0 = (F_0 - 1) \cdot T_0 = 290 \text{ K.} \quad \square$$

Szczególnie interesujący jest przypadek, gdy ustala się temperaturę szumów na wyjściu tłumika, którego temperatura pracy T jest różna od temperatury źródła sygnału T_{in} . Jest to przypadek np. linii transmisyjnej przenoszącej sygnał od anteny do wzmacniacza niskoszumnego czy tłumienia sygnału w atmosferze przez cząstki tlenu, pary wodnej bądź też tłumienie wywołane przez opady atmosferyczne. Każdy taki przypadek może być modelowany jako czwórnik pasywny, którego elementy pracują w temperaturze T , na wejściu umieszczone jest zaś źródło sygnału, którego szum jest scharakteryzowany przez temperaturę zastępczą T_{in} – rysunek 3.14.



Rysunek 3.14. Tłumik

Schemat zastępczy Thevenina obwodu widzianego między zaciskami wyjściowymi czwórnika to oporność R_{out} połączona szeregowo ze źródłem szumów napięciowych o temperaturze zastępczej T_N :

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot T_{\text{in}} \cdot G_0 H_0^2 + \sum_{m=1}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2, \quad (3.59)$$

gdzie G_m to przewodności elementów tworzących czwórnik, natomiast H_m^2 to kwadrat wartości bezwzględnej transrezystancji od prądu płynącego równoległe do przewodności G_m do

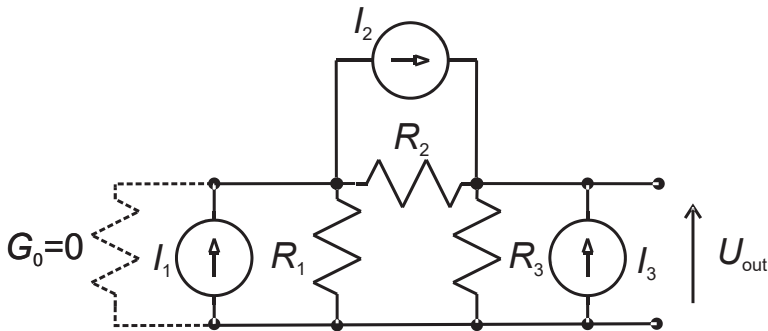
wyjścia czwórnika. Wzór ten można także zapisać następująco:

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 H_0^2 + \sum_{m=0}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2. \quad (3.60)$$

Zauważmy, że jeżeli temperatura źródła sygnału byłaby taka sama jak temperatura tłumika $T_{\text{in}} = T$, to zastępcza temperatura szumów na wyjściu czwórnika musi być równa temperaturze całości T . Gdyby tak nie było, to można by „sprytnie” łącząc oporniki o temperaturze T , spowodować samorzutny przepływ energii cieplnej do jednego z nich. Takich zjawisk raczej się nie obserwuje. W związku z tym mamy tożsamość:

$$4 \cdot k_B \cdot T \cdot R_{\text{out}} = \sum_{m=0}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2. \quad (3.61)$$

Przykład 3.7. Na rysunku 3.15 przedstawiony jest czwórnik typu II, dla którego przewodność źródła sygnału $G_0 = 0$. Oporność wyjściowa czwórnika:



Rysunek 3.15. Tłumik typu II

$$R_{\text{out}} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Transrezystancje od zacisków opornika R_1 do wyjścia:

$$H_1 = \frac{U_{\text{out}}}{I_1} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

od zacisków opornika R_2 do wyjścia:

$$H_2 = \frac{U_{\text{out}}}{I_2} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

od zacisków opornika R_3 do wyjścia:

$$H_3 = \frac{U_{\text{out}}}{I_1} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Przez elementarne podstawienie sprawdzamy:

$$\frac{H_1^2}{R_1} + \frac{H_2^2}{R_2} + \frac{H_3^2}{R_3} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_{\text{out}}.$$

□

Równanie (3.59) można zatem zapisać następująco:

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 H_0^2 + 4 \cdot k_B \cdot T \cdot R_{\text{out}} \quad (3.62a)$$

albo
$$T_N = (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 \cdot G_{\text{out}} \cdot H_0^2 + T. \quad (3.62b)$$

Iloczyn $G_0 \cdot G_{\text{out}} \cdot H_0^2 = 1/L$ to odwrotność tłumienia mocy przez tłumik. W ten sposób uzyskujemy zastępczą temperaturę szumów na wyjściu tłumika:

$$T_N = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L - 1)}{L}. \quad (3.63)$$

Podstawiając $T_{\text{in}} = T_0$, można szybko wyliczyć współczynnik szumów tłumika:

$$F = \frac{k_B \cdot T_N}{k_B \cdot T_0/L} = 1 + T/T_0 \cdot (L - 1) \quad (3.64)$$

oraz temperaturę nadmiarowych szumów:

$$T_e = (F - 1)T_0 = T(L - 1). \quad (3.65)$$

W szczególności w temperaturze odniesienia współczynnik szumów tłumika jest równy tłumieniu $F_{T_0} = L$.

Przykład 3.8. Źródło sygnału o temperaturze szumów T_{in} dołączono do układu przez dwa tłumiki pracujące w temperaturze T , jeden o tłumieniu L_1 , a drugi o tłumieniu L_2 . Tempera-

tura szumów widzianych na wyjściu pierwszego tłumika wynosi:

$$T_1 = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 - 1)}{L_1},$$

natomiast temperatura szumów widzianych na wyjściu drugiego tłumika wynosi:

$$T_2 = \frac{T_1 + T \cdot (L_2 - 1)}{L_2} = \frac{\frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 - 1)}{L_1} + T \cdot (L_2 - 1)}{L_2} = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 \cdot L_2 - 1)}{L_1 \cdot L_2}.$$

Otrzymany wzór jest identyczny ze wzorem (3.64), pod warunkiem że tłumienie $L = L_1 L_2$. \square

3.6.4. Kaskadowe łączenie czwórników

Rozważmy kaskadowo połączone czwórniki, z których każdy jest opisany w tym połączeniu przez wzmocnienie mocy G_i , współczynnik szumów F_i oraz zastępczą temperaturę szumów nadmiarowych na wejściu T_{ei} (patrz rysunek 3.16). Przy założeniu, że szum dowolnego czwórnika jest nieskorelowany z szumem pozostałych czwórników, a źródło sygnału ma zastępczą temperaturę szumów równą temperaturze odniesienia $T_0 = 290$ K, całkowita gęstość mocy szumów na wyjściu kolejnych czwórników wyraża się wzorami:

$$N_1 = k_B T_0 F_1 G_1. \quad (3.66a)$$

$$N_2 = k_B T_0 (F_1 G_1 G_2 + (F_2 - 1) G_2), \quad (3.66b)$$

⋮

$$N_M = k_B T_0 (F_1 G_1 G_2 \dots G_M + (F_2 - 1) G_2 \dots G_M + \dots + (F_M - 1) G_M). \quad (3.66c)$$

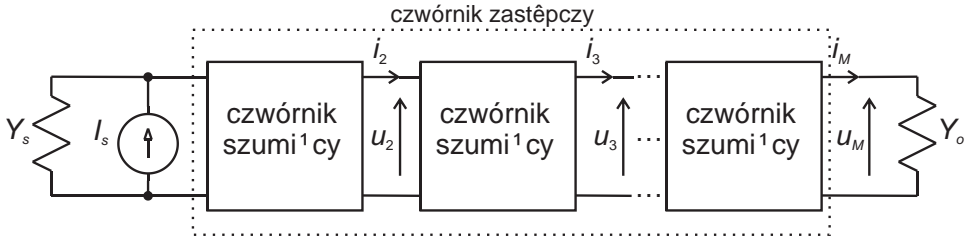
Współczynnik szumów takiego kaskadowego połączenia czwórników wyraża się znanym wzorem Friisa:

$$F = F_1 + \sum_{m=2}^M \frac{(F_m - 1)}{\prod_{k=1}^m G_k}. \quad (3.67)$$

Zastępczą temperaturę szumów na wejściu układu wyliczamy według wzoru:

$$T_{\text{sys}} = T_0 + T_{e1} + \sum_{m=2}^M \frac{T_{em}}{\prod_{k=1}^m G_k}. \quad (3.68)$$

Wynika stąd, że o poziomie szumów w kaskadowym połączeniu czwórników decyduje jakość – poziom szumów – czwórników znajdujących się najbliższej wejścia układu. Jest to kon-

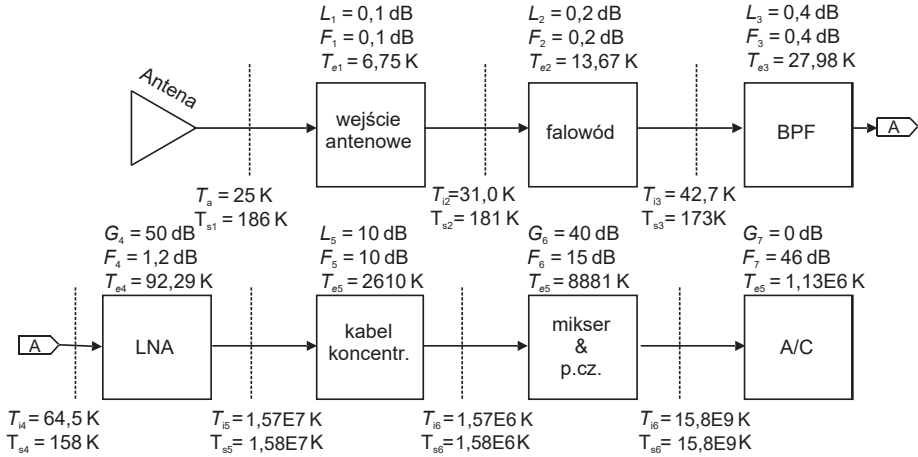


Rysunek 3.16. Kaskada czwórników

stacja ważna, a jednocześnie intuicyjnie zrozumiała.

Należy podkreślić, że stosowanie wzoru (3.67) nie stwarza żadnych problemów, jeżeli poszczególne stopnie są przeznaczone do pracy w warunkach dopasowania do impedancji 50Ω , a podany dla nich współczynnik szumów jest współczynnikiem F_{50} . Kiedy jednak warunki dopasowania nie są spełnione, poprawna analiza szumowa wymaga podania czterech parametrów szumowych każdego czwórnika oraz przykładowo jego parametrów rozproszenia. Dopiero wtedy można dla każdego czwórnika poprawnie wyznaczyć współczynnik szumów oraz wartość wzmocnienia mocy, która występuje we wzorze (3.67). Kiedy jednak warunki dopasowania do impedancji 50Ω nie są spełnione, a dysponujemy tylko częściową informacją dotyczącą parametrów obwodowych i szumowych poszczególnych czwórników, wzór (3.67) nadal bywa stosowany w celu przybliżonego szacowania własności szumowych kaskadowego połączenia czwórników.

Przykład 3.9. (Przykładowa analiza szumowa). Rozważmy odbiornik radiowy satelitarnej stacji naziemnej [5] (rysunek 3.17). Sygnały odbierane przez antenę są prowadzone falowodem do wejścia filtra pasmowoprzepustowego. Przyłącze anteny do falowodu ma stratność $L_1 = 0,1$ dB, natomiast tłumienność falowodu dla częstotliwości pracy systemu wynosi $L_2 = 0,2$ dB. Tłumienność filtra pasmowego w paśmie przenoszenia wynosi $L_3 = 0,4$ dB. Ze względu na kąt podniesienia anteny i średni stan atmosfery można przyjąć, że temperatura szumów anteny wynosi $T_a = 25$ K. Sygnał z wyjścia filtra pasmowego trafia do wzmacniacza niskoszumnego o wzmocnieniu $G_4 = 50$ dB i współczynniku szumów $F_4 = 1,2$ dB. Stąd za pomocą kabla koncentrycznego o tłumienności $L_5 = 10$ dB sygnał prowadzony jest do mieszacza zintegrowanego ze wzmacniaczem pośredniej częstotliwości. Wzmocnienie tego układu to $G_6 = 40$ dB, a współczynnik szumów $F_6 = 15$ dB. Sygnał pośredniej częstotliwości jest zamieniany na formę cyfrową i obrabiany dalej na drodze cyfrowej. W praktyce oznacza to, że za przetwornikiem A/C nie ma już dodatkowych źródeł szumu. Celem jest obliczenie zastępczej temperatury szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzonych do wejścia antenowego



Rysunek 3.17. Mikrofalowy odbiornik satelitalny – schemat blokowy

odbiornika. Obliczenia zostały podsumowane na rysunku 3.17 oraz w tablicy 3.1. Przyjęto, że obwód pracuje w temperaturze odniesienia $T_0 = 290$ K.

Dla każdego układu pasywnego zostały obliczone współczynnik szumów i temperatura szumów nadmiarowych według wzorów (3.64) i (3.65):

$$T_e = T_0 \cdot (F - 1).$$

Temperatura T_i to temperatura szumów na wejściu kolejnych stopni. Temperatura szumów na wejściu stopnia $N + 1$ to suma temperatury szumów na wejściu stopnia N i temperatury szumów nadmiarowych stopnia N przeskalowana przez wzmacnienie mocy stopnia N :

$$T_i(N + 1) = G_N \cdot (T_i(N) + T_e(N)).$$

Dla wejścia antenowego mamy $T_i(1) = T_a$.

Temperatura T_s to zastępcza temperatura szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzona do wejścia kolejnych stopni:

$$T_s(N) = \frac{T_s(N + 1)}{G_N}.$$

Przyjęto, że wzmacnienie mocy przetwornika A/C jest równe $G_7 = 0$ dB, co daje:

$$T_s(7) = T_i(7) + T_e(7).$$

Tablica 3.1. Analiza szumowa radiowego odbiornika satelitarnego

Element systemu	Współczynnik szumów F	Temperatura szumów nadmiarowych T_c	Wzmocnienie mocy G	Temperatura szumów wejściowych T_i	Zastępcza temperatura szumów sprowadzonych do wejścia T_s	Zastępcza temperatura nadmiarowych szumów sprowadzonych do wejścia T_E
	(dB)	(K)	(dB)	(K)	(K)	(K)
Antena						
				25,00	185,36	160,36
Wejście ant.	0,10	6,75	-0,10			
				31,03	181,14	150,11
Falowód	0,20	13,67	-0,20			
				42,69	172,99	130,30
BPF	0,40	27,98	-0,40			
				64,45	157,77	93,32
LNA	1,20	92,29	50,00			
				1,57E+07	1,58E+07	1,03E+05
Kabel koncent.	10,00	2610,00	-10,00			
				1,57E+06	1,58E+06	1,00E+04
Mikser & p.cz.	15,00	8880,61	40,00			
				1,58E+10	1,58E+10	1,13E+07
A/C	45,89	1,13E+07	0,00			

Nadmiarową temperaturę szumów przetwornika, wynikającą z kwantowania próbek sygnału, obliczono, zakładając, że działa on w zakresie napięć od $U_{\max} = 2,5 \text{ V}$ do $-U_{\max} = -2,5 \text{ V}$, ma rozdzielczość $M = 14$ bitów i działa z prędkością $C = 1 \text{ Mpróbk/s}$. Całkowita moc szu-

mów kwantowania wydzielona na oporniku $R_0 = 50 \Omega$ wyraża się wtedy znanym wzorem [9]:

$$P_7 = \frac{U_{\max}^2}{12 \cdot R_0 \cdot 2^{2 \cdot M - 2}}.$$

Zakładając, że szerokość pasma przenoszenia przetwornika $W = C$, otrzymuje się gęstość widmową mocy:

$$N_7 = \frac{P_7}{W} = \frac{U_{\max}^2}{12 \cdot R_0 \cdot 2^{2 \cdot M - 2} \cdot C} \approx 1,55 \cdot 10^{-16} \text{ W/Hz},$$

co daje zastępczą temperaturę szumów kwantowania:

$$T_e(7) = \frac{N_7}{k_B} \approx 11,25 \cdot 10^6 \text{ K}.$$

Obliczenia dotyczące temperatury szumów kwantowania przetwornika A/C są bardzo uproszczone, ponieważ jest to ostatni rozważany stopień przetwarzania i w najmniejszym stopniu wpływa na zastępczą temperaturę szumów sprowadzoną do wejścia odbiornika. Szumy kwantowania mają około 100 razy mniejszą moc od mocy szumów przenoszonych na wejście przetwornika przez poprzednie stopnie przetwarzania.

W tabelicy 3.1 policzono też temperaturę zastępczą nadmiarowych szumów sprowadzonych do wejścia każdego stopnia:

$$T_E(N) = T_s(N) - T_i(N).$$

Ostatecznie zastępcza temperatura szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzonych do wejścia antenowego odbiornika wynosi $T_s(1) = 185,36 \text{ K}$. Pozwala to oszacować minimalny poziom sygnału użytecznego, pozwalający na poprawny odbiór danych, czyli czułość odbiornika. W tym celu można użyć wzoru określającego absolutne minimum Shannona, czyli minimalną energię ε_b potrzebną na przesłanie jednego bitu informacji [8]:

$$\varepsilon_b \geq N_0 \ln 2,$$

gdzie N_0 to jednostronna gęstość widmowa mocy szumów w kanale AWGN. W naszym przypadku $\varepsilon_b = P/R$, gdzie P to moc odbieranego sygnału na wyjściu anteny, a R to prędkość transmisji danych, bez uwzględniania bitów nadmiarowych wynikających z kodowania danych w kanale. Natomiast $N_0 = k_B \cdot T_s(1)$. W rezultacie:

$$P \geq k_B \cdot T_s(1) \cdot R \cdot \ln 2.$$

Jeżeli przyjmiemy $R = 1 \text{ Mbit/s}$, to $P \geq -117,5 \text{ dBm}$. Jest to oczywiście oszacowanie dolne czułości odbiornika. \square

3.7. Podsumowanie

Analiza szumów pozwala na określenie maksymalnej prędkości transmisji danych wynikających z teorii informacji. Do niedawna granice te wydawały się nieosiągalne, a wielu praktyków kwestionowało nawet ich istnienie. W ostatnich latach rozwój techniki cyfrowej spowodował, że wiele systemów teleinformatycznych osiągnęło kres swoich możliwości. Klasycznym przykładem jest akustyczny modem telefoniczny. Kiedy w latach 80. XX w. firma Codex wprowadziła na rynek modem o prędkości transmisji 19 kbit/s przeznaczony dla czteroprzewodowych linii dzierżawionych, wielu specjalistów było zaskoczonych jego „ogromną prędkością”. Dziś nawet modemy zgodne z normą ITU V.90 o prędkości transmisji 56 kbit/s, które bliskie są pojemności klasycznego cyfrowego pola komutacyjnego – 64 kbit/s, są tylko szacownymi eksponatami muzealnymi. I niczego nie zmieni fakt, że w modemie V.90 wykorzystuje się najbardziej wyrafinowane metody cyfrowego przetwarzania sygnałów i kodowania danych.

Bibliografia

- [1] <https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html> [dostęp: 28-10-2022].
- [2] <https://www.nxp.com/products/no-longer-manufactured/npn-9-ghz-wideband-transistor:BFG540> [dostęp: 28-10-2022].
- [3] *IRE Standards on Methods of Measuring Noise in Linear Twoports, 1959*, Proceedings of the IRE **48** (1960), Nr 1, 60–68.
- [4] P. Antognetti, G. Massobrio [red.], *Semiconductor Device Modelling with SPICE*, McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [5] R. L. Freeman, *Radio system design for telecommunications*, John Wiley & Sons, New York 1997.
- [6] L. Hasse, L. Spiralski, *Szumy elementów i układów elektronicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1981.

- [7] S. Haykin, *Systemy telekomunikacyjne*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1998.
- [8] J. Izydorczyk, W. Sułek, P. Zawadzki, *Kody i szyfry*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2017.
- [9] J. Izydorczyk, G. Tyma, G. Płonka, *Teoria sygnałów. Wstęp. Kompendium wiedzy na temat sygnałów i metod ich przetwarzania*, Helion, wydanie 2, Gliwice 2006.
- [10] A. R. Kerr, J. Randa, *Thermal Noise and Noise Measurements—A 2010 Update*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 40–52.
- [11] J. Kucera, U. Lott, *The Communications Handbook*, rozdz. Low Noise Amplifier Design, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [12] B. M. Oliver, *Thermal and quantum noise*, Proceedings of the IEEE **53** (1965), Nr 5, 436–454.
- [13] A. K. Poddar, U. L. Rohde, A. M. Apte, *How Low Can They Go?: Oscillator Phase Noise Model, Theoretical, Experimental Validation, and Phase Noise Measurements*, IEEE Microwave Magazine **14** (2013), Nr 6, 50–72.
- [14] M. W. Pospieszalski, *Interpreting transistor noise*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 61–69.
- [15] W. Pritchard, *The communications handbook*, rozdz. The Calculation of System Temperature for a Microwave Receiver, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [16] A. Riddle, *The communications handbook*, rozdz. Noise Measurements, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [17] M. Rudolph, P. Heymann, H. Boss, *Impact of receiver bandwidth and nonlinearity on noise measurement methods [application note]*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 110–121.
- [18] L. I. Schiff, *Mechanika kwantowa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987.

Skorowidz

- Algorytm Deutscha 468
- Analit 391
- Analiza
 - „pieczętka” elementu 13
 - macierz admitancyjna 12, 15
 - metoda potencjałów węzłowych 12
 - symboliczna
 - dopełnienia sumaryczne 22
 - dopełnienia wielokrotne 20
 - duże obwody 47
 - ekstrakcja elementu 24
 - ekstrakcja elementów 37
 - komercyjne i darmowe narzędzia 20
 - operator zazębiania dopełnień 40
 - reguła Cramera 18
 - rekurencja 46
 - równoległa analiza 35
 - układ MIMO 29
 - układ z wieloma wejściami 19
 - upraszczanie wyników 9
 - wady i zalety 6
 - wielkość wzorów 7
 - wielokrotne sumaryczne dopełnienia – algorytmy 31
 - wszystkie immitancje 25, 29
 - wzór z „klocków” 41
 - wielostopniowy dzielnik napięcia 8
 - wrażliwościowa 60
- Antena
 - pillbox 254
 - szczelinowa 229
 - Yagi-Uda 270
- Aptamery 395
- Autotransformator 277
- Balun 294
- Baza 436
 - dualna 462
 - obliczeniowa 436, 461
 - ortonormalna 436
- BioczuJNIk 392
- Bramka
 - Hadamarda 462
 - kontrolowanej negacji 463
 - negacji 462
 - odwrócenia bitu 462
 - odwrócenia fazy 462
- CB radio 279
- Cheese antenna 254
- CMRR 73
- Cykl Carnota 92
- Częstotliwość środkowa 79, 80, 171
- Dipol
 - prosty 258
 - charakterystyka 261
 - oporność promieniowania 262
 - reaktancja 265
 - rozkład prądu 259
- Dobroć
 - filtru 79
 - obwodu rezonansowego 92
 - rezonatora 183
- Dopasowanie 200
- Dyspersja
 - chromatyczna
 - falowodowa 227
 - materiałowa 227
 - modalna 225
- EIRP 320
- Energia oscylatora 95
- Fale
 - TE 217
 - TEM 217
 - TM 217
- Falowód 217
 - światłowod 224, 227, 230
- Filtr
 - Czebyszewa 131
 - dwupasmowy 180
 - kanoniczny 181

- niesymetryczny 132
 pasmowoprzepustowy 79
 pseudoeliptyczny 131
- Funkcja
 Bessela 328
 biliniowa 66
 brzegowa 439
 charakterystyczna 131
 Czebyszewa 131
 pseudoeliptyczna 131
 globalna 439
 lokalna 439
 odwrotna
 cosinus hiperboliczny 133
 rozkładu 439
 układowa 61
 odchyłka bezwzględna 61
 odchyłka względna 61
 zewnętrzna grafu 440
- Graf
 Forneya 439
 kwantowy 476
- Głębokość naskórkowa 211
- Horyzont radiowy 316
- Iloczyn Kroneckera 438, 442
- Impedancja próżni 199
- Indukcyjność jednostkowa 194
- Kanał
 dwudrogowy 331
 MIMO 340
 Rayleigha 330
 Rice'a 328
 SIMO 337
- Kondensator dostrojczy 74
- Krarupizacja 207
- Kąt
 Brewstera 241
 stratności
 tangens 214
- Linia ćwierćfalowa 296
- Macierz
 admitancyjna 99
 Pauliego 461
 przejścia 447
 łańcuchowa 99
 ślad częściowy 443
- Membrana jonoselektywna 413
- Metoda
 czynnika Y 109
 podwojenia mocy 111
- Minimum Shannona
 absolutne 125
- Model
 ewolucji
 Stinespringa 456
 unitarny 450
 Okumury-Hata 322
- Mody promieniowania 221
- Najgorszy przypadek 69
- Napięcie
 progowe 410
 różnicowe 67
 wspólne 68
- Nierówność Schwartza 339
- Nullator, norator i nullor 39
- Obrót 160
- Obserwabla 452
- Obwód
 circle 177
 Cul-de-Sac 173
 kanapkowy 162
 karuzela 177
 pasmowoprzepustowy 79
 prototypowy 151
 puzon 173
 równoważny 159
 różnorodność symboli 4
 schemat ideowy 2
 strzała 177
 symbole cewki 4
 symbole kondensatorów 4
 symbole rezystora 3
 symbole sterowanych źródeł napięcia 4
 symbole sterowanych źródeł prądu 4
 symbole źródeł napięcia 4
 symbole źródeł prądu 4
 szeregowy 169
- Odchyłka
 bezwzględna
 funkcji układowej 61
 wartości elementu 60
 względna
 funkcji układowej 61
 wartości elementu 60
- Okręgi
 stałego
 szumu 104
 wzmocnienia 106
- Operacja
 domknięcia 440
 otwarcia 440
- Operator
 gęstości stanów 449
 hermitowski 437, 452

- Krausa 458
 - rzutowy 438
 - unitarny 437
- Oporność falowa 198
- Para EPR 467
- Parametry
 - szumowe
 - tranzystora bipolarnego 101
- Pasmo przenoszenia 81, 171
- Pojemność
 - jednostkowa 193
 - kanału 335
- Prawo
 - Coulomba 237
 - Kirchhoffa 10
 - I prawo (KCL) 10
 - II prawo (KVL) 11
- Proces Markowa 446
 - ukryty 447
- Przestrzeń
 - Hilberta 435
 - liniowa 435
 - wektorowa 435
- Przetwornik
 - z falą akustyczną 398
- Przewód koncentryczny 192
- Prędkość
 - fazowa 223
 - grupowa 223
 - rozchodzenia fal 197
 - światła w próżni 199
- Punkt
 - Diraca 416
- Pupinizacja 206
- Płaszczyzna
 - Gaussa 145
 - obrotu 160
- Reguła minimalnej ścieżki 168
- RG-58 194
- Rozkład prawdopodobieństwa 445
 - Bernoullego 97
 - Rice'a 328
 - warunkowy 446
 - Weibulla 332
 - łączny 445
- Rozpraszanie Rayleigha 307
- Rozrzut parametrów 60
- Rząd filtru 131
- Równania
 - Coltriego 152
 - Kirchhoffa 10
 - I prawo (KCL) 10
 - II prawo (KVL) 11
 - Maxwella 218
 - Równanie
 - falowe 190
 - telegrafistów 191
- Selektywność filtru
 - dolnoprzepustowego 132
- Siła elektromotoryczna
 - Faradaya 211
- Skok pupinizacji 206
- Spice
 - model małosygnałowy 14
- Stabilizator
 - kompensacyjny 76
 - napięcia 65
- Stan
 - Bella 467
 - czysty 449
 - mieszany 449
 - separowalny 467
 - spłątany 467
 - spłątany maksymalnie 468
- Stała
 - Boltzmannowa 93
 - Diraca 95
 - Plancka 96
- Stopa błędów 332
- Strefa
 - Fresnela 316
 - pola
 - dalekiego 235
- Stroik 291
- Strojenie filtru pasmowoprzepustowego 79
- Symetryzator 293
 - back-to-back 298
 - marchand balun 299
 - pętlowy 295
- Szereg Taylora 62
- Szum śrutowy
 - model 98
- Topologia obwodu
 - gałąź 10
 - oczko 11
 - węzeł 10
- Transformator symetryzujący 302
- Tranzystor
 - HEMT 112
 - polowy FET 410
 - polowy ISFET 412
 - polowy MOSFET 410
- Tłumienność 205, 209
- Unipol 262
 - oporność promieniowania 263
- Wartość własna 437

- Wektor
 - Poyntinga 239
 - własny 437
- Wrażliwość 62
 - ilorazu 67
 - półwzględna 70
- Współczynnik
 - dobroci 80
 - fali stojącej 202
 - gotowości łącza 329
 - odbicia 200
 - szumów 102
 - nadmiarowy 109
 - minimalny 104
 - temperaturowy
 - prądu 88
 - względny 84
 - wrażliwości 62
 - półwzględnej 70
- Wykres Smitha 292
- Wzmacniacz
 - oporowy 85
 - różnicowy 67
- Wzmocnienie mocy
 - dysponowane 106
- Wzór
 - Callena-Weltona 95
 - Friisa 121
 - Johnsona-Nyquista 94
 - Plancka 95
- Węzeł
 - równości 444
- Zjawisko naskórkowe 210
- Zmiany starzeniowe 60
- Zmienna
 - losowa
 - niezależna 446
 - warunkowo niezależna 446
 - swobodna 440
 - wewnętrzna 440
- Żyrator 151

PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA
Helion 

ELEKTRONIKA

OD ANALIZY SYMBOLICZNEJ DO OBLICZEŃ KWANTOWYCH

Elektronika towarzyszy nam na każdym kroku. Bez niej — dziedziny techniki i nauki zajmującej się wytwarzaniem i przetwarzaniem sygnałów w postaci prądów i napięć elektrycznych lub pól elektromagnetycznych — nie byłoby telefonu, radia, telewizora, radaru, komputera, smartfona, internetu i... Właściwie nie byłoby żadnego z urządzeń i udogodnień XXI wieku, z których korzystamy na co dzień, nie zastanawiając się nawet, jak działają ani jak są zbudowane.

Tymczasem obwody elektroniczne przenikają każdy aspekt naszego życia. Bez nich cywilizacja w obecnym kształcie przestałaby istnieć. Zagrożenie wcale nie jest aż tak małe, jak się wydaje. Elektronika to niebanalna dziedzina, wykształcenie specjalistów i przekazanie im odpowiedniej wiedzy wymaga wysiłku. Należy zacząć od podstaw — i stąd pomysł na cykl publikacji poświęconych najważniejszym zagadnieniom związanym z elektroniką. W tej książce znalazły się takie zagadnienia jak:

- **Analiza symboliczna i analiza wrażliwości**
- **Teoria szumów**
- **Filtry pasywne**
- **Linie transmisyjne i anteny**
- **Propagacja fal EM**
- **Chemorezystancyjne sensory gazów na bazie tlenków metali i biosensory**
- **Obliczenia kwantowe**

Helion 



helion.pl



HELION S.A.
ul. Kościuszki 1c
44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
helion@helion.pl

KOD KORZYŚCI

Sięgnij po więcej! ►



ISBN 978-83-289-0460-6



9 788328 904606

Cena: 99,00 zł