

# Wstęp do analizy matematycznej, algebry i równań różniczkowych

Zadania dla studentów  
i kandydatów na studia

Michał Kremzer



Helion 

Wydawnictwo  
Naukowe  
Helion 

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiejkolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz wydawca dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz wydawca nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite / Olsztyn  
Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprocki

Materiały graficzne w książce i na okładce zostały wykorzystane za zgodą Shutterstock.com

Helion S.A.

ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)

WWW: <https://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<https://helion.pl/user/opinie/zadstu>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-283-9280-9

Copyright © Helion S.A. 2022

Printed in Poland.

- Kup książkę
- Poleć książkę
- Oceń książkę

- Księgarnia internetowa
- Lubię to! » Nasza społeczność

# SPIS TREŚCI

WSTĘP	5
LICZBY	7
FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	9
FUNKCJE LINIOWE	11
TRÓJMIAN KWADRATOWY	13
WIELOMIANY	15
FUNKCJE WYMIERNE	18
CIĄGI	19
TRYGONOMETRIA	21
TRYGONOMETRIA (2)	23
POTĘGI	25
FUNKCJE WYKŁADNICZE	26
LOGARYTMY	27
FUNKCJE CYKLOMETRYCZNE	30
SIGNUM, CECHA, MANTYSA	31

<b>GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>	<b>32</b>
<b>GRANICE</b>	<b>33</b>
<b>POCHODNE I CIĄGŁOŚĆ</b>	<b>37</b>
<b>ASYMPTOTY</b>	<b>42</b>
<b>CAŁKI</b>	<b>43</b>
<b>LICZBY ZESPOLONE</b>	<b>45</b>
<b>MACIERZE, WYZNACZNIKI I UKŁADY RÓWNAŃ</b>	<b>47</b>
<b>RÓWNIANIA RÓŻNICZKOWE</b>	<b>50</b>
<b>ZADANIA RÓŻNE</b>	<b>54</b>
<b>ROZWIĄZANIA</b>	<b>57</b>

# WSTĘP

Aha, zbiór zadań z matematyki, więc trzeba wziąć kartkę papieru, długopis, kalkulator i może jeszcze coś.

Nie! Ten zbiór jest inny. Uczniu, Studencie, połóż się wygodnie na kanapie i rozwiązuj zadania w pamięci. Nic Ci nie jest potrzebne (oprócz otwartego umysłu). Ewentualnie możesz mieć przy sobie tablice matematyczne, z których możesz korzystać. Jeśli któreś zadanie wymaga rachunku, to śmiało taki rachunek (króciutki) można wykonać w głowie. Najważniejsze jest dobre zrozumienie pojęć. Jeśli rozwiążesz zadania z tego zbioru (wygodnie, na kanapie, nic nie pisząc), to na pewno ten cel osiągniesz. Zadania zamieszczone w tym zbiorze rozwijają kreatywność, samodzielność i nie wykraczają poza zakres wymagań egzaminacyjnych, ale niektóre z nich mogą być trudniejsze.

Nauczycielom, wykładowcom proponuję organizowanie LEŻAKOWYCH KONKURSÓW MATEMATYCZNYCH. Zawodnicy siadają wygodnie na leżakach, nie mają przy sobie żadnych przyborów (ewentualnie mogą mieć tablice matematyczne). Nauczyciel (wykładowca) czyta lub pisze zadania z tego zbioru i zdający mają określony czas na ich rozwiązanie, a po tym czasie udzielają odpowiedzi wraz z uzasadnieniem (nic nie pisząc). Uczeń (student) w czasie rozwiązywania zadań może machać ręką w powietrzu (coś tam pisząc).

W ostateczności można wziąć kartkę i długopis, ale nie jest to potrzebne.

Wszystkie zadania z tego zbioru są mojego autorstwa.

Życzę miłej przygody intelektualnej z tą książką!!!

# FUNKCJE LINIOWE

- 1) Wartości bezwzględne współczynników funkcji liniowej są liczbami dwucyfrowymi. Ile co najwyżej może wynosić miejsce zerowe tej funkcji?
- 2) Wartości bezwzględne współczynników funkcji liniowej są kwadratami liczb naturalnych dodatnich. Co możemy powiedzieć o miejscu zerowym tej funkcji?
- 3) Podać przykład funkcji liniowej o niewymiernych współczynnikach, której miejsce zerowe jest kwadratem liczby całkowitej większej od 1.
- 4) Współczynniki funkcji liniowej są liczbami dodatnimi. Miejsce zerowe tej funkcji jest liczbą całkowitą. Ile co najmniej może wynosić to miejsce zerowe?
- 5) Współczynniki funkcji liniowej są liczbami dodatnimi. Miejsce zerowe tej funkcji jest liczbą całkowitą. Ile co najwyżej może wynosić to miejsce zerowe?
- 6) Największa wartość niestąlej funkcji liniowej na przedziale  $\langle 5, 6 \rangle$  wynosi 0. Wyznaczyć miejsce zerowe tej funkcji.
- 7) Podać przykład rosnącej funkcji liniowej  $f(x)$ , tak aby funkcja  $y = f(x) - 100$  była funkcją malejącą.
- 8) Podać przykład funkcji liniowej o niezerowych współczynnikach, tak aby miejsce zerowe tej funkcji było równe jednemu z jej współczynników.
- 9) Podać przykład funkcji liniowej  $f(x)$ , tak aby zbiorem rozwiązań nierówności  $|f(x)| < 3$  był zbiór  $(-12, 12)$ .

- 10) Podać przykład funkcji liniowej  $f(x)$ , tak aby nierówność  $|f(x)| > 0$  była spełniona przez wszystkie liczby wymierne, ale nie przez wszystkie liczby rzeczywiste.
- 11) Wyznaczyć wszystkie funkcje liniowe  $f(x)$  takie, że zbiorem rozwiązań nierówności  $f(x) < 0$  jest zbiór liczb rzeczywistych.
- 12) Podać przykład funkcji liniowej  $f(x)$ , tak aby najmniejsze rozwiązanie całkowite nierówności  $f(x) > 0$  było równe jednemu ze współczynników tej funkcji.
- 13) Podać przykład nierówności liniowej ostrej, której najmniejsze rozwiązanie wynosi 3.
- 14) Podać przykład nierówności liniowej ostrej, której największe rozwiązanie wynosi 4.
- 15) Podać przykład nierówności liniowej nieostrej, której najmniejsze rozwiązanie wynosi 5.
- 16) Podać przykład nierówności liniowej nieostrej, której największe rozwiązanie wynosi 6.
- 17) Zbiorem rozwiązań nierówności  $ax+b > cx+d$  jest zbiór liczb rzeczywistych. Ile wynosi różnica  $c-a$ ?
- 18) Najmniejsza wartość funkcji liniowej jest równa połowie największej wartości tej funkcji. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje liniowe.
- 19) Podać przykład dwóch funkcji liniowych, których wykresy przecinają się pod kątem prostym, a suma miejsc zerowych tych funkcji jest równa 9.
- 20) Obwód równoległoboku (jako funkcja długości krótszego boku) wyraża się wzorem  $f(x) = 4x+5$ . Ile wynosi dodatnia różnica długości sąsiednich boków tego równoległoboku?

## FUNKCJE LINIOWE

- 1) 9,9
- 2) Jest kwadratem liczby wymiernej różnej od 0 lub liczbą przeciwną do tego kwadratu.
- 3)  $f(x) = ax - 4a$ ,  $a$  jest pierwiastkiem kwadratowym z 2.
- 4) Dowolnie mało.
- 5) -1
- 6) 5 lub 6
- 7) Nie ma takiej funkcji.
- 8)  $y = x - 1$
- 9)  $f(x) = 0,25x$
- 10)  $f(x) = x - a$ ,  $a$  jest pierwiastkiem kwadratowym z 3.
- 11)  $f(x) = c$ , gdzie  $c$  jest liczbą ujemną.
- 12)  $f(x) = x - 0,4$
- 13) Nie ma takiej nierówności.
- 14) Nie ma takiej nierówności.
- 15)  $x - 5 \geq 0$
- 16)  $-x + 6 \geq 0$
- 17) 0
- 18)  $f(x) = 0$
- 19)  $f(x) = x - 4$ ,  $g(x) = -x + 5$
- 20) 2,5



# PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

**Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!**

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA  
**Helion** 

# Zbiór zadań inny niż wszystkie!

- Matematyka jest nudna?
- Zadania matematyczne to koszmar?
- Myślisz, że nigdy się tego nie nauczysz?

## Przekonaj się, że nie musi tak być!

Tym, co system edukacji wpoił nam chyba najskuteczniej, jest niechęć do matematyki i niesłuszne przekonanie, że to trudna, nudna i do niczego niepotrzebna dziedzina. Nic bardziej mylnego! Potrzeba tylko odrobiny praktyki, odpowiedniej metody i... właściwej książki.

Oto ona! Zbiór zadań, który pomoże Ci opanować szeroki zakres materiału w sposób, o którym Ci się nawet nie śniło. Bez zbędnych komplikacji, bez długich, nudnych treści, ba! — bez konieczności korzystania z kalkulatora czy choćby kartki i długopisu, a przy użyciu wyłącznie własnej głowy. Rozwiń umiejętności matematyczne i przekonaj się, że rozwiązywanie zadań może być świetną zabawą umysłową!

Zbiór zadań jest przeznaczony przede wszystkim dla uczniów, kandydatów na studia i studentów, ale z powodzeniem skorzysta z niego każdy, kto pragnie poszerzyć swoją wiedzę matematyczną i rozwinąć zdolności analityczne lub przypomnieć sobie podstawy analizy matematycznej, algebry i równań różniczkowych. Bez problemów i prosto do celu!

- Liczby i funkcje
- Wielomiany
- Trygonometria
- Potęgi i logarytmy
- Ciągi i granice
- Pochodne i całki
- Liczby zespolone
- Macierze i układy równań
- Rachunek różniczkowy

## Rozwiązuj zadania szybko, bezbłędnie — i z przyjemnością!

**Helion**



helion.pl



HELION SA  
ul. Kościuszki 1c  
44-100 Gliwice  
tel.: 32 230 98 63  
helion@helion.pl

Sprawdź nasze szkolenia!



AKADEMIA IT & BUSINESS

HELIONSZKOLENIA.PL

KOD KORZYŚCI

Sięgnij po więcej! ▶



ISBN 978-83-283-9280-9



9 788328 392809

INFORMATYKA W NAJLEPSZYM WYDANIU

Cena: 29,90 zł